

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Mécanique des fluides, procédés, énergétique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Marcio LIMA DA SILVA**

Thèse dirigée par **Yves FAUTRELLE**

codirigée par **Annie GAGNOUD**

préparée au sein du **Laboratoire Science et Ingénierie des Matériaux et  
Procédés**

dans l'École Doctorale Ingénierie – Matériaux, Mécanique,  
Énergétique, Environnement, Procédés, Production

## Modélisation de la vidange d'une fonte verrière chauffée par induction

Thèse soutenue publiquement le **16 mai 2014**,  
devant le jury composé de :

**Michel BELLET**

MINES ParisTech, Sophia Antipolis, Président

**Marc MEDALE**

EPUM, Marseille, Rapporteur

**Mabel Azucena MEDINA**

UNR, Argentine, Rapporteur

**Patrice BRUN**

CEA, Marcoule, Examineur

**Yves FAUTRELLE**

SIMaP, Saint Martin d'Hères, Directeur de thèse

**Annie GAGNOUD**

SIMaP, Saint Martin d'Hères, Co-directrice de thèse







# Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à **Yves Fautrelle**, mon directeur de thèse, et à **Annie Gagnoud**, ma co-directrice de thèse. Leurs remarques et soutien ont rendu possible la réussite de cette thèse. Je tiens aussi à exprimer ma gratitude à **Patrice Brun**, qui m'a proposé ce sujet et son soutien pendant ces trois ans de travail. Je remercie **Emilien Sauvage**, pour sa disponibilité et pour m'avoir fait partager son expérience et ses connaissances sur la modélisation des phénomènes thermiques et électromagnétiques sur Fluent et Flux-3D.

Je remercie Monsieur **Michel Bellet** qui m'a fait l'honneur d'accepter de présider le jury de cette thèse, ainsi que Monsieur **Marc Medale** et Madame **Mabel Medina** qui ont accepté de juger ce travail et d'en être rapporteurs. Je remercie aussi Monsieur **Eric Chauvin** qui a suivi les travaux de cette thèse.

Mes remerciements vont à Monsieur **Michel Pons** Directeur du laboratoire SIMAP et à Madame **Jacqueline Etay** responsable du groupe EPM qui m'ont accueilli dans ce laboratoire. Je remercie l'ensemble des membres du groupe EPM qui m'ont accompagné tout au long de ma thèse.

Mes remerciements vont aussi à **Laurent Sauvage**, **Jacques Lacombe** et à tous les membres du SCDV qui se sont toujours inquiétés du bon déroulement de ma thèse.

Je tiens aussi à remercier **Jean-Marc Dedulle**, pour tous les conseils sur la modélisation avec FLUX-3D, et **Roland Riva** du CEA de Grenoble, pour tous les essais expérimentaux réalisés comme support aux travaux de modélisation de cette thèse.

Merci à **Alimata Diarra** de m'avoir supporté pendant deux ans de thèse en partageant le bureau 211. Je te souhaite une bonne continuation et courage pour la suite.

Mes derniers remerciements s'adressent à **ma famille** et à **mes amis** qui ont vécu ces trois années avec moi. Sans votre soutien et compagnie m'ont été d'un grand réconfort tout au long de cette thèse.



# Sommaire

|   |           |
|---|-----------|
| Table de figures .....  | i         |
| Table de tableaux.....  | v         |
| Résumé.....   | vii       |
| Abstract .....  | ix        |
| Introduction générale .....   | xi        |
| <b>1 Vitrification .....</b>  | <b>13</b> |
| 1.1 Le contexte .....   | 13        |
| 1.1.1 Le creuset froid.....   | 14        |
| 1.2 Le verre .....  | 17        |
| 1.3 Les phénomènes physiques mis en jeux dans le procédé de vitrification.....                      | 18        |
| 1.3.1 Les phénomènes électromagnétiques .....   | 18        |
| 1.3.2 Les phénomènes thermo-hydrodynamiques.....  | 21        |
| 1.3.3 Les interactions entre les phénomènes physiques .....   | 22        |
| 1.3.4 Les travaux antérieurs de modélisation .....  | 23        |
| 1.3.4.1 La modélisation avec couplage axisymétrique-3D avec agitation mécanique.....                | 23        |
| 1.3.4.2 La modélisation avec couplage 3D-3D en présence de l'agitation mécanique et du bullage..... | 24        |
| 1.4 Démarche de la modélisation.....  | 24        |
| 1.4.1 Cas 1 – étude hydrodynamique de la vidange sans dispositif de convection forcée ...           | 25        |
| 1.4.2 Cas 2 – étude hydrodynamique de la vidange avec dispositif de convection forcée ...           | 25        |
| 1.4.3 Cas 3 – étude de la vidange du bain de verre sans dispositif de convection forcée ....        | 26        |
| 1.4.4 Cas 4 – étude de la vidange du bain de verre avec agitation mécanique .....                   | 26        |
| <b>2 Modélisation de la vidange d'un fluide de haute viscosité.....</b>                             | <b>29</b> |
| 2.1 Introduction.....   | 29        |
| 2.2 Etat de l'art .....   | 31        |
| 2.2.1 Méthodes linéaire et spectrale.....   | 31        |
| 2.2.2 Modèle numérique « VOF ».....   | 32        |
| 2.2.3 Modèle couplé « VOF » et « Level Set ».....   | 33        |
| 2.2.4 Conclusion.....   | 34        |
| 2.3 Choix de modélisation numérique .....   | 35        |
| 2.3.1 Modèle « Volume of Fluid – VOF ».....   | 35        |
| 2.3.1.1 Discrétisation temporelle implicite .....   | 36        |
| 2.3.1.2 Discrétisation temporelle explicite.....  | 36        |
| 2.3.1.3 Tension superficielle .....   | 36        |
| 2.3.2 Schémas numériques de discrétisation du modèle « VOF ».....                                   | 37        |
| 2.3.3 Modèle « Sliding Mesh » .....   | 39        |
| 2.4 Etude hydrodynamique de la vidange d'une cuve en huile de haute viscosité.....                  | 40        |
| 2.4.1 Essais expérimentaux .....  | 40        |
| 2.4.2 Modèle théorique de la vidange.....   | 42        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 2.4.3    | Modélisation numérique de la vidange .....   | 44        |
| 2.4.4    | Etude axisymétrique de la vidange sans agitation mécanique .....   | 44        |
| 2.4.4.1  | Comparaison entre le modèle théorique et les essais expérimentaux .....                                    | 48        |
| 2.4.4.2  | Comparaison entre le modèle numérique axisymétrique et les essais expérimentaux .....                      | 50        |
| 2.4.4.3  | Conclusion .....   | 52        |
| 2.4.5    | Etude tridimensionnelle de la vidange sans agitation mécanique .....                                       | 53        |
| 2.4.5.1  | Etude d'influence de l'angle de contact entre l'huile et les parois de la cuve .....                       | 56        |
| 2.4.5.2  | Comparaison entre le numérique tridimensionnel et les essais expérimentaux .....                           | 58        |
| 2.4.5.3  | Conclusion .....   | 59        |
| 2.4.6    | Etude de la vidange avec agitation mécanique .....   | 60        |
| 2.4.6.1  | Comparaison entre le modèle numérique et les essais expérimentaux .....                                    | 63        |
| 2.4.6.2  | Conclusion .....   | 66        |
| 2.5      | Conclusion .....   | 66        |
| <b>3</b> | <b>Etude de la vidange d'un bain de verre sans agitation mécanique .....</b>                               | <b>67</b> |
| 3.1      | Introduction .....   | 67        |
| 3.2      | Modélisation électromagnétique .....   | 68        |
| 3.3      | Modèle thermo-hydraulique sans agitation mécanique .....   | 68        |
| 3.3.1    | Bain de verre non agité et sans vidange .....  | 69        |
| 3.3.2    | Bain de verre non agité avec vidange .....   | 72        |
| 3.4      | Couplage thermo-électromagnétique sans agitation mécanique .....   | 72        |
| 3.4.1    | Initialisation du calcul de vidange .....  | 73        |
| 3.4.2    | Résolution de la vidange du four .....   | 75        |
| 3.5      | Mise en œuvre de la modélisation de la vidange du four sans agitation mécanique .....                      | 78        |
| 3.5.1    | Phase d'initialisation du calcul de vidange du four .....  | 80        |
| 3.5.2    | Phase de résolution de la vidange du four .....  | 81        |
| 3.6      | Résultats pour la puissance Joule initiale de 10 kW .....  | 82        |
| 3.6.1    | Vidange à une puissance Joule initiale de 80 kW .....  | 92        |
| 3.7      | Conclusion .....   | 94        |
| <b>4</b> | <b>Etude de la vidange d'un bain de verre avec agitation mécanique .....</b>                               | <b>95</b> |
| 4.1      | Introduction .....   | 95        |
| 4.2      | Modèle électromagnétique .....   | 95        |
| 4.3      | Modèle thermo-hydraulique avec agitation mécanique .....   | 95        |
| 4.4      | Couplage thermo-électromagnétique avec agitation mécanique .....   | 96        |
| 4.4.1    | Initialisation du calcul de vidange .....  | 97        |
| 4.4.2    | Résolution de la vidange du four .....   | 98        |
| 4.5      | Mise en œuvre de la modélisation de la vidange du bain de verre avec dispositif de convection forcée ..... | 101       |
| 4.5.1    | Phase d'initialisation du calcul de la vidange du four .....   | 101       |
| 4.5.2    | Phase de résolution de la vidange du four .....  | 102       |
| 4.6      | Résultats de la vidange pour une puissance Joule initiale de 80 kW .....                                   | 104       |
| 4.6.1    | Etude de l'autocreuset .....   | 105       |
| 4.6.2    | Etude de la surface libre .....  | 107       |

|   |            |
|---|------------|
| 4.6.3 Etude thermo-électromagnétique..... | 108        |
| 4.6.4 Etude hydraulique.....              | 111        |
| 4.7 Conclusion.....                       | 113        |
| <b>Conclusion générale.....</b>           | <b>115</b> |
| <b>Bibliographie.....</b>                 | <b>117</b> |



# Table de figures

|   |    |
|---|----|
| Figure 1.1 : Incorporation au niveau atomique du produit de fission dans la matrice vitreuse (a). Echantillon de verre nucléaire (b).....   | 13 |
| Figure 1.2 : Schéma du procédé de vitrification en deux étapes : la calcination des produits de fission et l'élaboration du verre de confinement. ....  | 14 |
| Figure 1.3 : Schéma de l'ensemble inducteur, creuset sectorisé refroidi par eau, verre fondu et autocreuset : coupe verticale (à droite) et vue supérieure (à gauche).....  | 15 |
| Figure 1.4 : Schéma du four en présence du refroidissement, du dispositif de brassage mécanique, du système de brassage par bullage, de la canne de mesure de température et de l'autocreuset. ...  | 16 |
| Figure 1.5 : Courbe d'élaboration du verre, en détaillant l'alimentation (A) et la vidange (B) du creuset froid chauffé par induction.....  | 16 |
| Figure 1.6 : Courbes de variation en fonction de la température de la viscosité (a), de la chaleur spécifique (b), de la conductivité électrique (c) et de la conductivité thermique (d). ....  | 18 |
| Figure 1.7 : Schéma des interactions entre les phénomènes électromagnétique, thermique et hydrodynamique présentes dans le bain de verre. ....  | 23 |
| Figure 1.8 : Schéma de la méthodologie adoptée pour traiter la modélisation de notre cas d'étude. ....  | 27 |
| Figure 2.1 : Schéma du creuset froid (a). Cuves utilisées lors des essais expérimentaux de la vidange sans agitation mécanique (b) et avec agitation mécanique (c).....   | 30 |
| Figure 2.2 : Visualisation du domaine de calcul et des deux sous-domaine de calcul. ....  | 39 |
| Figure 2.3 : Vue latérale et supérieure de la cuve de Ø240 mm. ....   | 41 |
| Figure 2.4 : Vue latérale et supérieure de la cuve de Ø650 mm. ....   | 41 |
| Figure 2.5 : Réservoir cylindrique avec un tube de coulée. ....   | 43 |
| Figure 2.6 : Visualisation du domaine de calcul pour l'étude axisymétrique de la vidange. Domaine de calcul pour la modélisation sans le jet de coulée (a) et avec le jet de coulée (b).....  | 45 |
| Figure 2.7 : Maillages utilisés dans l'étude axisymétrique de la vidange pour les modélisations sans la prise en compte du jet de coulée (a) et avec le jet de coulée (b).....  | 45 |
| Figure 2.8 : Schéma d'attribution des conditions aux limites du domaine de calcul du cas axisymétrique de la vidange avec la prise en compte du jet de coulée.....  | 46 |
| Figure 2.9 : Comparaison entre les essais expérimentaux (en noir) et le modèle théorique, proposé par Bird et al. (2002), pour $C = 0,6$ (en vert) et $C$ corrigé en fonction de la viscosité expérimentale (en bleu), pour les viscosités expérimentales de 1,2 ; 3,6 et 7,7 Pa.s. Echelle du niveau de l'huile en mm. Echelle du débit massique en kg/s. .... | 49 |
| Figure 2.10 : Variation du coefficient de rétrécissement $C$ par rapport à la viscosité. ....   | 50 |
| Figure 2.11 : Comparaison des évolutions temporelles du niveau de l'huile et du débit massique, pour les viscosités expérimentales de 1,2 ; 3,6 ; et 7,7 Pa.s, obtenues à partir du modèle axisymétrique de la vidange, sans la prise en compte du jet de coulée, (en bleu) et des essais expérimentaux (en noir). ....   | 51 |
| Figure 2.12 : Modèle tridimensionnel de la cuve expérimentale Ø240 mm. ....   | 53 |
| Figure 2.13 : Maillages avec taille de maille uniforme, adopté dans l'étude axisymétrique (a) et avec taille de maille variable, adopté dans l'étude tridimensionnelle (b). ....  | 54 |

|   |    |
|---|----|
| Figure 2.14 : Visualisation du maillage de la cuve Ø240 mm avec un orifice de coulée Ø20 x 30 mm, en position centrale. Vue latérale (a). Vue supérieure (b).....   | 54 |
| Figure 2.15 : Schéma de mesure de l'angle de contact entre le couple huile/Plexiglas (a). Visualisation d'une goutte d'huile sur une plaque de Plexiglas pour la mesure de l'angle de contact (b).....  | 57 |
| Figure 2.16 : Comparaison entre les essais expérimentaux (en noir), et les modèles numérique pour les angles de contact de 0° (en bleu), 12° (en rouge) et 78° (en vert) pour la viscosité expérimentale de 1,2 Pa.s. Echelle du niveau de l'huile en mm. Echelle du débit massique en kg/s.....                  | 57 |
| Figure 2.17 : Comparaison entre les essais expérimentaux (en noir), et les modèles numérique (en bleu) et théorique (en vert), proposé par Bird et al. (2002), avec C corrigé en fonction de la viscosité expérimentale. Echelle du niveau d'huile en mm. Echelle du débit massique en kg/s....                   | 59 |
| Figure 2.18 : Domaine de calcul pour l'étude hydraulique de la vidange avec agitation mécanique. ....   | 60 |
| Figure 2.19 : Maillage tétraédrique de la cuve Ø650 mm. ....  | 61 |
| Figure 2.20 : Maillage polyédrique de la cuve Ø650 mm. ....   | 62 |
| Figure 2.21 : Evolution temporelle du débit massique expérimental (en vert) et numérique (en rouge). ....   | 63 |
| Figure 2.22 : Champ de vitesse à l'interface huile/air pour $t = 1,75$ s. Visualisation des contours de vitesse avec superposition des vecteurs de vitesse. Le sens de rotation « horaire » de l'agitateur mécanique est indiqué par la flèche rouge. ....  | 64 |
| Figure 2.23 : Visualisation de la déformation de la surface libre par le brassage mécanique ( $t = 1,75$ s). Le sens de rotation « horaire » de l'agitateur mécanique est indiqué par la flèche bleue....   | 65 |
| Figure 2.24 : Champ de vitesse sur le plan central de la cuve ( $y=0$ ) pour $t = 1,75$ s. Visualisation des contours de vitesse avec superposition des vecteurs de vitesse. Le sens de rotation « horaire » de l'agitateur mécanique est indiqué par la flèche rouge.....  | 65 |
| Figure 3.1 : Visualisation du bain de verre dans le pilote de vitrification Erebus au CEA de Marcoule. En détail, les instabilités thermoconvectives en surface libre du bain de verre en fusion (a) et influence d'éléments intrusifs sur la distribution du champ de température dans le bain de verre (b)..... | 69 |
| Figure 3.2 : Schéma des phénomènes de thermoconvection développés dans le bain de verre fondu (en bleu). En détail, la couche de thermoconvection proche à l'interface verre/air, la thermoconvection au cœur du bain de verre et le profil de l'autocreuset (en rouge).....                                      | 70 |
| Figure 3.3 : Schéma du cas d'initialisation de la vidange du four chauffé par induction sans agitation mécanique.....   | 74 |
| Figure 3.4 : Schéma du couplage entre les sous-modules thermo-hydraulique et électromagnétique dans la phase d'initialisation de la vidange du four sans brassage mécanique. ....   | 74 |
| Figure 3.5 : Schéma de la vidange du four chauffé par induction, en considérant l'écoulement diphasique et le suivi de l'interface verre/air [phase 1 : air ; phase 2 : verre]. ....  | 75 |
| Figure 3.6 : Schéma du couplage entre les sous-modules thermique et électromagnétique dans la phase de résolution de la vidange du four sans brassage mécanique.....  | 76 |
| Figure 3.7 : Schéma d'un cycle de couplage thermo-électromagnétique avec l'implémentation du drainage du four, en détaillant l'étape d'initialisation du calcul, de la résolution de la vidange et les conditions initiales pour le calcul thermo-hydraulique de la vidange. ....                                 | 78 |
| Figure 3.8 : Maillage électromagnétique. Vue latérale du verre(a). Inducteur et verre (b).....  | 79 |



|  |     |
|--|-----|
| Figure 3.9 : Champs d'initialisation pour le cas de vidange à 10 kW. Champ de température (a). Distribution de densité de puissance Joule (b).....   | 81  |
| Figure 3.10 : Evolution temporelle de la puissance Joule injectée et des températures moyenne et maximale dans le bain de verre.....   | 83  |
| Figure 3.11 : Evolution temporelle du débit massique et des températures moyenne et maximale à la sortie de la conduite de coulée. ....  | 84  |
| Figure 3.12 : Champ de température et distribution de la densité de puissance Joule sur le plan – xy superposé avec le suivi temporelle de la surface libre (en rouge). (a) $t = 100$ s. (b) $t = 200$ s. (c) $t = 400$ s. (d) $t = 600$ s. (e) $t = 800$ s. (f) $t = 1000$ s. (g) $t = 1200$ s. (h) $t = 1400$ s..... | 85  |
| Figure 3.13 : Densité de puissance Joule (a) et champ de température (b) superposés par la visualisation 3D de la densité de puissance Joule pour le cas à 10 kW ( $t = 1,5$ s).....   | 86  |
| Figure 3.14 : Profil de la température (côté gauche) et de la conductivité thermique (côté droit) (a). Profils de la température (côté gauche) et de la viscosité (côté droit) (b). Contour de l'interface verre/air en noir. Visualisation dans le plan-xz.....   | 86  |
| Figure 3.15 : Profil de la conductivité thermique (côté gauche) et de la viscosité (côté droit). Visualisation dans le plan-xz.....  | 87  |
| Figure 3.16 : Ligne de mesure de la conductivité thermique et de la viscosité positionnée au centre du four. Vue isométrique (a). Vue latérale (b).....  | 88  |
| Figure 3.17 : Profils de la conductivité thermique le long de l'axe vertical du four à divers instants. ....   | 88  |
| Figure 3.18 : Profils de la viscosité le long de l'axe vertical du four à divers instants. ....  | 89  |
| Figure 3.19 : Profils de la viscosité le long de l'axe vertical du four entre 100 et 600 s.....  | 90  |
| Figure 3.20 : Profils de la fraction-volumique (en bleu) et de la viscosité (en rouge) le long de l'axe vertical du four à $t = 100$ s, pour la puissance Joule initiale de 10 kW. Echelle logarithmique pour la viscosité.....  | 91  |
| Figure 3.21 : Ligne de mesure de la composante verticale du champ de vitesse. Ligne positionnée à 20 mm de la base du four sur le plan-xz. Vue isométrique (a). Vue latérale (b). ....   | 91  |
| Figure 3.22 : Profil de la composante verticale de la vitesse à divers instants.....   | 92  |
| Figure 3.23 : Evolution temporelle des débits massiques pour les puissances Joules initiales de 10 kW (en rouge) et 80 kW (en bleu).....   | 93  |
| Figure 3.24 : Profils de la fraction-volumique et de viscosité le long de l'axe vertical du four à $t = 100$ s, pour les puissances Joule initiales de 10 et 80 kW. Echelle logarithmique pour la viscosité. ....  | 93  |
| Figure 4.1 : Domaine de calcul électromagnétique.....  | 97  |
| Figure 4.2 : Maillage électromagnétique avec la bobine non-maillée.....  | 97  |
| Figure 4.3 : Schéma du couplage entre les sous-systèmes thermique et électromagnétique dans l'étape d'initialisation du calcul de la vidange du four avec agitation mécanique : calcul thermo-hydraulique du flux de verre et calcul thermo-hydraulique de la vidange du four.....                                     | 98  |
| Figure 4.4 : Schéma du couplage entre les sous-systèmes thermique et électromagnétique dans l'étape de résolution du calcul de vidange du four avec brassage mécanique.....  | 99  |
| Figure 4.5 : Schéma d'un cycle de couplage thermo-électromagnétique avec l'implémentation du drainage du four et le brassage mécanique, en détaillant l'étape d'initialisation du calcul, de la résolution de la vidange et les conditions initiales pour le calcul thermo-hydraulique de la vidange. ....             | 100 |

|   |     |
|---|-----|
| Figure 4.6 : Conditions initiales pour la résolution de la vidange du four. Champ de température (a). Distribution de densité de puissance Joule (b).....   | 102 |
| Figure 4.7 : Evolution temporelle de la puissance Joule injectée dans la charge de verre. ....  | 104 |
| Figure 4.8 : Evolution temporelle de la température moyenne dans le bain (a) et à la sortie du tube de coulée (b). ....   | 105 |
| Figure 4.9 : Evolution temporelle du débit massique. ....   | 105 |
| Figure 4.10 : Profil de l'autocreuset sur le plan-xz pour $t = 1,2 ; 8,4$ et $15,6$ s (a). Viscosité entre $10$ à $10^4$ Pa.s.....  | 105 |
| Figure 4.11 : Visualisation de l'autocreuset dans une plaque de verre élaboré à l'Atelier de Vitrification du CEA de Marcoule.....  | 106 |
| Figure 4.12 : Visualisation tridimensionnelle (en gris) et sur le plan-xz (en rouge) de l'autocreuset pour $t = 8,4$ s. Viscosité du verre entre $10$ et $10^4$ Pa.s. ....  | 107 |
| Figure 4.13 : Déplacement de la surface libre sur le plan-xz pour $t = 1,2 ; 8,4$ et $15,6$ s. ....   | 107 |
| Figure 4.14 : Profil de la fraction volumique sur les plans « xz » et « yz » pour les instants de $1,2$ et $15,6$ s. $50$ tr/mn – sens horaire (flèche bleue).....  | 108 |
| Figure 4.15 : Profil de la densité de puissance Joule sur les plans « xz » et « yz » pour les instants de $1,2$ et $15,6$ s. $50$ tr/mn – sens horaire (flèche rouge).....  | 109 |
| Figure 4.16 : Iso-surface de la densité de puissance Joule pour $1,5 \times 10^6$ W/m <sup>3</sup> .....  | 110 |
| Figure 4.17 : Champ de température en surface libre superposé par des vecteurs de vitesse pour les instants $1,2$ et $15,6$ s. $50$ tr/mn – sens horaire (flèche bleue).....  | 110 |
| Figure 4.18 : Champ de température sur les plans « x,z » et « $x = - 80$ mm » superposé par des vecteurs de vitesse pour les instants de $1,2$ et $15,6$ s. $50$ tr/mn – sens horaire (flèche bleue).....                                       | 111 |
| Figure 4.19 : Module du champ de vitesse dans les plans « x,z », « $z = - 50$ mm » et « $x = - 80$ mm » en m/s avec superposition des vecteurs de vitesse pour les instants de $1,2$ et $15,6$ s. $50$ tr/mn – sens horaire (flèche rouge)..... | 112 |
| Figure 4.20 : Champ de vitesse en surface libre pour les instants $1,2$ et $15,6$ s. $50$ tr/mn – sens horaire (flèche rouge).....  | 113 |

# Table de tableaux

|   |    |
|---|----|
| Tableau 1.1 : L'ordre de grandeur des propriétés physiques du verre en fonction de la température. ....   | 17 |
| Tableau 2.1 : Comparaison entre les propriétés du verre et de l'huile.....  | 29 |
| Tableau 2.2 : Propriétés physiques de l'huile.....  | 31 |
| Tableau 2.3 : Les avantages et les désavantages des modèles numériques « VOF », « Level Set » et du couplage entre « Level Set » et « VOF ». ....   | 34 |
| Tableau 2.4 : Comparaison entre les schémas de discrétisation de l'interface disponibles dans le modèle « VOF ». ....   | 38 |
| Tableau 2.5 : Les configurations des essais de vidange avec les cuves Ø240 mm et Ø650 mm. L'orifice Ø20 × 30 mm est localisé en position centrale et l'orifice Ø44 × 50 mm est désaxé du centre de 85 mm pour la cuve Ø240 mm ; et de 86 mm pour la cuve Ø650 mm..... | 42 |
| Tableau 2.6 : Schémas de discrétisation numérique adoptés pour la résolution du modèle axisymétrique de la vidange avec la cuve Ø240 mm et orifice Ø20 mm, en position centrale, sans et avec modélisation du jet de coulée. ....                                     | 46 |
| Tableau 2.7 : Configurations des études axisymétriques de la vidange. ....  | 47 |
| Tableau 2.8 : Incertitudes expérimentales sur le temps, le niveau d'huile, la masse et la viscosité.....  | 47 |
| Tableau 2.9 : Incertitudes expérimentales sur le débit massique par rapport à la viscosité.....   | 47 |
| Tableau 2.10 : Les coefficients de rétrécissement C en fonction de la viscosité expérimentale et les écarts théoriques maximaux pour les évolutions du niveau de l'huile et du débit massique.....  | 50 |
| Tableau 2.11 : Ecart relatifs et absolus maximaux entre les résultats du modèle numérique axisymétrique et les données expérimentales. ....   | 52 |
| Tableau 2.12 : Dimensions du domaine de calcul de la cuve expérimentale Ø240 mm.....  | 55 |
| Tableau 2.13 : Caractéristiques du maillage de la cuve expérimentale Ø240 mm.....   | 55 |
| Tableau 2.14 : Configuration des cas de l'étude tridimensionnelle de la vidange sans l'agitation mécanique.....   | 55 |
| Tableau 2.15 : Comparaison entre les modèles numériques axisymétrique et tridimensionnel.....   | 56 |
| Tableau 2.16 : Ecart relatifs et absolus maximaux pour les modèles théorique, numérique 3D et numérique axisymétrique par rapport aux données expérimentales.....   | 59 |
| Tableau 2.17 : Dimensions du domaine de calcul de la cuve Ø650 mm. ....   | 61 |
| Tableau 2.18 : Configuration du maillage de la cuve Ø650 mm. ....   | 61 |
| Tableau 2.19 : Nombre d'éléments et de nœuds des maillages tétraédrique et polyédrique de la cuve Ø650 mm. ....   | 62 |
| Tableau 2.20 : Schémas de discrétisation numérique adoptés dans la résolution du modèle tridimensionnel de la vidange avec agitation mécanique. ....  | 63 |
| Tableau 2.21 : Ecart relatifs et absolus maximaux sur le débit massique. ....   | 64 |
| Tableau 3.1 : Les ordres de grandeurs des nombres adimensionnels de l'étude des phénomènes thermo-hydrauliques dans le bain de verre fondu. ....  | 72 |
| Tableau 3.2 : Les ordres de grandeur pour le temps caractéristique de vidange du four et le nombre de Reynolds. ....  | 72 |
| Tableau 3.3 : Configuration du solveur pour le cas d'initialisation du calcul de vidange du four. ....  | 80 |

|   |     |
|---|-----|
| Tableau 3.4 : Répartition du temps de calcul entre les solveurs électromagnétique et thermo-hydraulique dans un cycle de couplage thermo-électromagnétique..... | 80  |
| Tableau 3.5 : Configuration du solveur pour le cas résolution du calcul de vidange du four. ....  | 82  |
| Tableau 3.6 : Répartition du temps de calcul entre les solveurs électromagnétique et thermo-hydraulique dans un cycle de couplage thermo-électromagnétique..... | 82  |
| Tableau 3.7 : Niveau et vitesse de déplacement de la surface libre pour les cas de 10 et 80 kW à 100 s de vidange.....  | 94  |
| Tableau 4.1 : Les dimensions et caractéristiques du domaine de calcul thermo-hydraulique. ....  | 96  |
| Tableau 4.2 : Les dimensions et caractéristiques du maillage utilisé pour le calcul thermo-hydraulique. ....  | 96  |
| Tableau 4.3 : Configuration du solveur pour le cas d'initialisation du calcul de vidange du four. ....  | 101 |
| Tableau 4.4 : Répartition du temps de calcul entre les solveurs électromagnétique et thermo-hydraulique dans un cycle de couplage thermo-électromagnétique..... | 102 |
| Tableau 4.5 : Configuration du solveur pour le cas résolution du calcul de vidange du four. ....  | 103 |
| Tableau 4.6 : Temps de calcul pour les solutions électromagnétique et thermo-hydraulique dans un cycle de couplage. ....  | 103 |

# Résumé

Le présent travail de thèse s'inscrit dans le cadre de la mise au point d'un nouveau procédé de fusion des oxydes dans un four chauffé par induction. Le procédé étudié met en jeu des fortes interactions entre des phénomènes électromagnétique, thermique et hydrodynamique dans un milieu fluide aux propriétés physiques fortement dépendantes de la température. L'objectif de la thèse est de modéliser le procédé en couplant étroitement le chauffage par effet Joule, le brassage mécanique et la vidange du four. La modélisation de l'évolution temporelle de l'interface entre le verre et l'air lors de vidange du creuset froid a été réalisée. S'agissant de la méthodologie, nous avons choisi de coupler deux logiciels : Flux® pour le calcul électromagnétique et Fluent® pour la thermo-hydraulique. L'évolution de la surface libre a été traitée par la méthode multiphasique « Volume-Of-Fluid – VOF », et l'agitation mécanique par les modèles « Moving Reference Frame » et « Sliding Mesh ». Nous avons d'abord considéré la vidange sans agitation mécanique d'une cuve remplie d'une huile silicone de haute viscosité. Ce modèle initiale tient compte des études de similitude hydraulique entre l'huile silicone et le verre. Puis nous avons superposé l'écoulement forcé créé par un agitateur mécanique et les phénomènes électromagnétique et thermique afin de modéliser l'écoulement du bain de verre fondu. Le modèle final permet de fournir une estimation du temps de vidange, le flux thermique et l'évolution temporelle du débit massique et de la température dans le four.



# Abstract

This thesis is part of the development of a new technology of oxides melting in a furnace heated by induction. The technology studied involves strong interactions between electromagnetic, thermal and hydrodynamic phenomena in a flow with physical properties strongly dependents of the temperature. The aim of the thesis is the modelling of the process by coupling closely the Joule heating, the mechanical stirring and the draining of the furnace. The modeling of the time evolution of the interface between glass and air during the emptying of the cold crucible was performed. Regarding the methodology, we chose to combine two scientific codes: Flux® for the electromagnetic calculation and Fluent® for thermal-hydraulics. The evolution of the free surface was treated by the multiphasic method "Volume -Of- Fluid - VOF" and the mechanical stirring by the "Moving Reference Frame" and the "Sliding Mesh". First of all, we considered the draining of a tank filled with a silicon oil of high-viscosity without mechanical stirring. This initial model took into account studies of hydraulic similarity between the silicon oil and the glass. Then we superimposed the forced flow creates by the mechanical stirrer, the thermal and the electromagnetic phenomena in order to model the flow of the molten glass. The final model can provide various parameters, including the time needed to drain the furnace, the heat transfer flux and the time evolution of the mass flow rate and of the temperature inside de furnace.





# Introduction générale

La vitrification des déchets nucléaires est une solution efficace pour le stockage à très long terme des éléments radioactifs à vie longue. Elle permet une intégration à l'échelle atomique des déchets dans la structure vitreuse qui garantit un confinement de très longue durée.

Plusieurs pays ont mis en œuvre des procédés de vitrification à l'échelle industrielle. Les Etats-Unis, la Russie et le Japon ont opté pour la technologie de fours céramiques à électrodes chauffés par effet Joule. Cette technologie est utilisée traditionnellement dans l'industrie verrière et présente l'avantage d'avoir une grande base de connaissance et d'expérience.

La technologie de vitrification en creuset froid chauffé par induction est en service dans les halls inactifs de recherche et développement (R&D) du CEA de Marcoule et en production à l'usine de La Hague. Cette technologie a été développée pour élargir le spectre des déchets actifs à vitrifier et pour augmenter les capacités de production en comparaison aux pots métalliques chauffés par induction utilisés à La Hague et à l'usine de Sellafield en Grande-Bretagne.

Pour atteindre ces objectifs, on se sert de la modélisation numérique pour approfondir nos connaissances sur la technologie des fours chauffés par induction. L'importance de cette étude réside dans le fait que la modélisation numérique peut fournir des informations sur les phénomènes physiques qui ne sont pas directement accessibles en essais sur la plateforme compte tenu de la complexité du procédé et des contraintes expérimentales.

Dans ce contexte, la présente étude concerne la modélisation tridimensionnelle du procédé de vitrification par chauffage inductif des déchets radioactifs ultimes de haute activité. Les problématiques de la vidange du four, de la déformation de la surface libre du bain de verre et de son interaction avec le dispositif de brassage mécanique seront abordées dans cette étude. Les aspects thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques seront pris en compte lors du déroulement du travail de modélisation. Les thématiques abordées au cours de ce doctorat s'inscrivent dans la poursuite des études sur la vitrification en creuset froid conduites dans les thèses de Jacoutot (2006) et Sauvage (2009).

Afin d'atteindre les objectifs de la présente étude, la complexité du problème est rappelée ci-après et les difficultés liées au sujet du projet sont décrites :

- le caractère asymétrique de la géométrie lié à la présence d'un dispositif d'agitation mécanique. Ainsi, la configuration du modèle est tridimensionnelle (3D),
- la présence de plusieurs phénomènes physiques (drainage du four, chauffage par induction, convection naturelle et forcée, transfert de chaleur par rayonnement, réactions chimiques et irradiation),
- l'émersion d'une partie des pales de l'agitateur lors des coulées,
- la forte variation des propriétés physiques du verre en fonction de la température,
- le couplage fort des phénomènes thermiques avec les phénomènes électromagnétiques et hydrodynamiques.

En considérant les objectifs et les difficultés associées, nous présentons une démarche construite à partir d'un ensemble de modèles simplifiés. Ces modèles associés permettront de faire évoluer graduellement la modélisation jusqu'à obtenir une version finale représentative du pilote expérimental prenant en compte la vidange. L'organisation du mémoire a suivi cette méthodologie. Il est composé de cinq chapitres.

Le premier chapitre consiste en une présentation du contexte du travail de thèse dans la thématique de vitrification des déchets nucléaires. Il présente la technologie du creuset froid chauffé par induction, les propriétés physiques du verre, les phénomènes physiques présents dans le procédé, l'interaction entre eux, une rapide synthèse des modélisations stationnaires du procédé conduits par Jacoutot (2006) et Sauvage (2009) et la démarche suivie au cours du projet.

Le deuxième chapitre définit les objectifs du projet, en détaillant les difficultés existantes, les hypothèses adoptées afin de permettre la réalisation des travaux de modélisation, l'état de l'art de la modélisation de la vidange, le choix des modèles numériques. Ensuite, il décrit une étude hydrodynamique de la vidange d'une cuve en huile. Cette étude est complétée par des essais expérimentaux en huile. Une confrontation entre les résultats numériques et les données expérimentales est détaillée dans ce chapitre.

Le troisième chapitre présente un modèle simplifié du drainage du bain de verre en considérant les effets thermique, hydrodynamique, électromagnétique et leurs interactions multiples. Ce modèle ne prend pas en compte le dispositif de brassage mécanique. Dans ce chapitre, nous détaillons la technique de modélisation du couplage thermo-électromagnétique, en décrivant l'insertion du modèle de la vidange dans le modèle stationnaire du bain de verre chauffé par induction en creuset froid, les conditions aux limites et initiales. Le modèle électromagnétique utilisé dans le couplage thermo-électromagnétique est présenté dans ce chapitre. A la fin de cette, nous avons étudié la vidange d'un bain de verre chauffé par une densité moyenne de puissance Joule constante.

Le quatrième chapitre détaille le modèle final du drainage du bain de verre en considérant les aspects thermique, hydrodynamique, électromagnétique et la convection forcée par le dispositif d'agitation mécanique. Les résultats d'une étude d'un bain de verre chauffé par une densité moyenne de puissance Joule constante sont présentés.

La dernière partie est dédiée aux conclusions et perspectives de cette étude.

# 1 Vitrification

## 1.1 Le contexte

Le procédé de vitrification est une solution efficace pour le stockage à long terme des déchets nucléaires de haute activité. Il rend possible l'incorporation des produits de fission à l'échelle atomique dans la matrice vitreuse. Grâce à sa structure amorphe, le verre est capable d'assimiler une large diversité d'éléments radioactifs, intégrés sous la forme d'oxydes à la matrice vitreuse, Figure 1.1.

Les colis de verre obtenus à partir du procédé présentent une excellente stabilité mécanique à long terme. Sa maintenance et son déplacement avant le stockage définitif sont facilités, car la vitrification réduit d'une manière considérable le volume final des déchets.

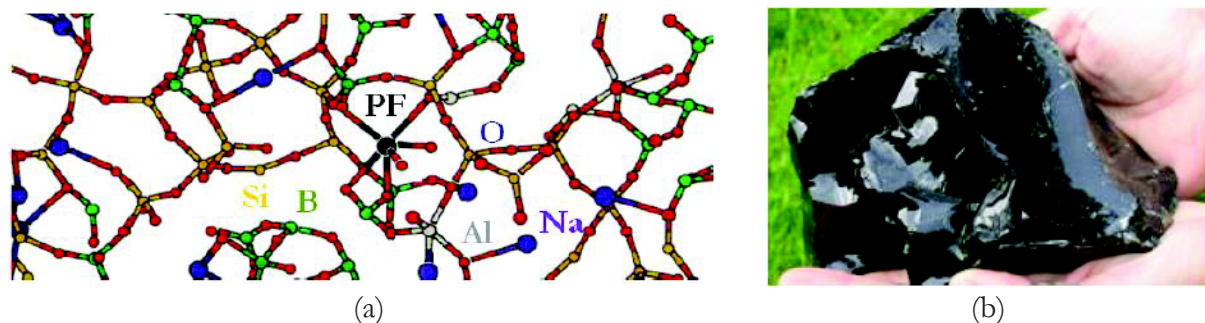


Figure 1.1 : Incorporation au niveau atomique du produit de fission dans la matrice vitreuse (a). Echantillon de verre nucléaire (b).

Jusqu'aux années 2000, il existait dans le monde deux technologies de vitrification pour stabiliser les déchets de haute activité : les fours métalliques chauffés par induction et les fours céramiques. Les fours métalliques sont utilisés dans les installations de l'usine de La Hague et dans l'atelier « Windscale Vitrification Plant – WVP » de l'usine de Sellafield en Grande-Bretagne. Par ailleurs, les Etats Unis, le Japon et la Russie utilisent des fours céramiques dans leurs procédés de vitrification.

Le procédé de vitrification en creuset chaud est opérationnel à l'usine de La Hague depuis les années 1980. Il se décompose en deux étapes, Figure 1.2. Lors d'une première étape, est réalisée l'évaporation/calcinéation des solutions de produits de fission. Dans un four chauffé par résistances (calcinéateur), les solutions sont évaporées, séchées et calcinées. Le produit obtenu à la fin de cette opération est nommé « calcinât ».

Dans la deuxième étape, le creuset chaud est alimenté par gravité avec le calcinât et la fritte de verre, tous deux solides. Il s'agit d'un four métallique chauffé par induction, où le calcinât et la fritte de verre sont fondus pour l'élaboration du verre de confinement. Le verre est alors coulé dans un conteneur métallique par charge de 200 kg. Ensuite, les conteneurs sont envoyés vers l'entreposage pour atteindre le stockage final.

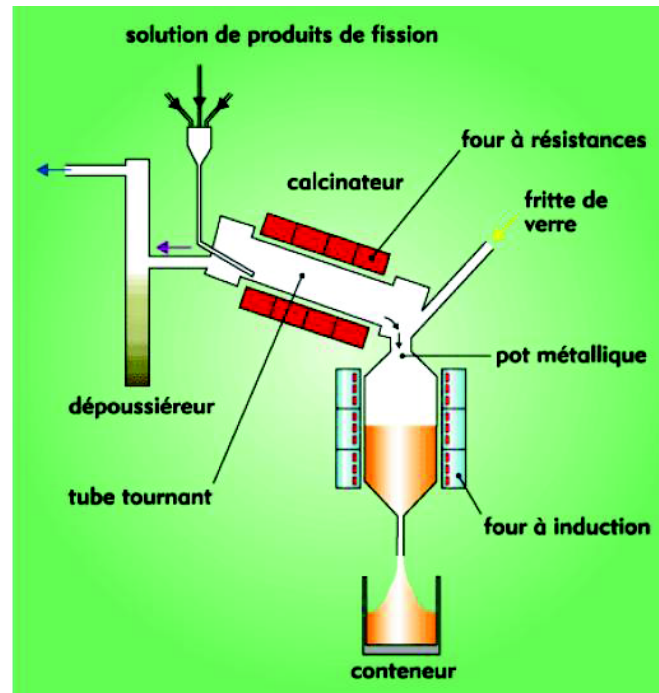


Figure 1.2 : Schéma du procédé de vitrification en deux étapes : la calcination des produits de fission et l'élaboration du verre de confinement.

Malgré les avantages déjà mentionnés, le procédé de vitrification en creuset chaud présente comme principal inconvénient le contact entre le verre en fusion et les parois du four. En conséquence, il se produit des réactions physico-chimiques entre le bain en fusion et les parois du four. Cette corrosion des parois du four entraîne :

- la contamination du verre avec les matériaux des parois du four,
- la réduction de la durée de vie du four,
- la limitation de la température d'opération, pour limiter les cinétiques de corrosion,
- des coûts de maintenance et des périodes d'indisponibilité importantes de l'usine.

Les conséquences de la corrosion des parois d'un tel four sont importantes. Par exemple, la durée de vie des pots chauds utilisés dans l'atelier de vitrification de l'usine de La Hague est inférieure à un an pour une température de l'élaboration du verre limitée à 1150° C.

### 1.1.1 Le creuset froid

Le procédé de vitrification en creuset froid chauffé par induction a été développé pour à la fois éviter la corrosion et atteindre des températures d'élaboration supérieures. Des températures plus élevées permettent d'augmenter les capacités de production, mais aussi d'obtenir de nouvelles matrices de confinement nécessaires aux traitements de déchets actifs spécifiques.

Ce procédé est constitué d'un inducteur entourant un creuset froid contenant la charge de verre fondue Figure 1.3. L'inducteur est alimenté par un courant alternatif à fréquence d'environ 300 kHz. Celui-ci génère des courants induits dans les éléments conducteurs électriques. Le creuset froid est caractérisé par la sectorisation des parois du four et par la présence d'un système de

refroidissement à l'eau de tous les composants qui sont en contact avec le bain de verre en fusion (dispositifs de brassage et cannes de mesure de température).

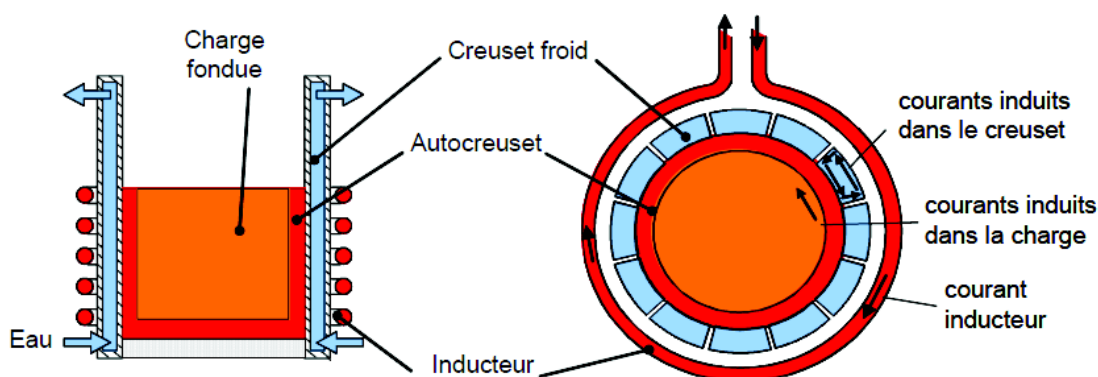


Figure 1.3 : Schéma de l'ensemble inducteur, creuset sectorisé refroidi par eau, verre fondu et autocreuset : coupe verticale (à droite) et vue supérieure (à gauche).

La sectorisation du creuset entraîne des courants induits sur les parois internes des secteurs du creuset, Figure 1.3. Cette ouverture de la cage de Faraday engendre un champ magnétique au cœur de la charge conductrice. Le chauffage et la fusion, par effet Joule du calcinât et de la fritte de verre, se font par la génération des courants électriques induits. A froid le verre est un isolant électrique. La fusion par chauffage inductif est initiée par des suscepteurs magnétiques insérés dans la charge de verre. Dès que la température du verre augmente, il devient conducteur électrique et des courants induits se développent à cœur. Ces courants induits maintiennent la fusion du verre au cours du fonctionnement du procédé.

Grâce au système de refroidissement, une couche de verre solidifié se forme sur l'ensemble des parois du four et des éléments refroidis en contact avec le verre en fusion. Cette couche, aussi nommée « autocreuset », est capable de protéger les parois du contenant de la corrosion due aux réactions physico-chimiques entre le matériau des parois du four et le verre en fusion. Grâce à la formation de l'autocreuset le procédé de vitrification présente les avantages suivants :

- la pureté du verre élaboré est assurée, car le bain en fusion n'est pas contaminé par les matériaux des parois du creuset,
- la durée de vie du four est augmentée,
- il est possible d'atteindre des températures de fusion plus élevées. Ce qui permet l'élargissement de la gamme de matrices vitreuses que l'on peut élaborer. Le volume final du colis de confinement est réduit, grâce à l'augmentation du taux d'incorporation des produits de fission. Cette dernière est une conséquence des températures d'opération plus élevées attendues par le creuset froid.

Cette technologie est équipée de dispositifs de brassage par agitation mécanique et par bullage. Ils ont pour l'objectif de garantir l'homogénéisation thermique et chimique du bain de verre, Figure 1.4.

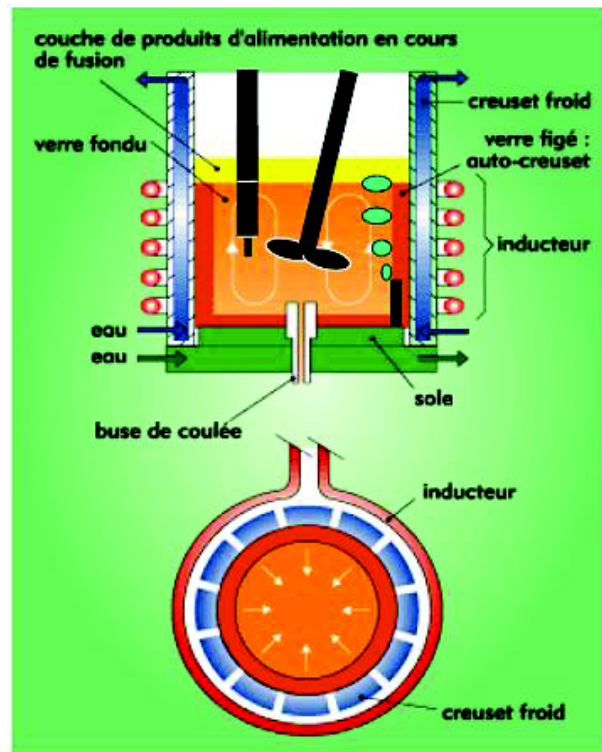


Figure 1.4 : Schéma du four en présence du refroidissement, du dispositif de brassage mécanique, du système de brassage par bullage, de la canne de mesure de température et de l'autocreuset.

L'élaboration du verre, Figure 1.5, est démarrée avec une charge initiale de verre de 250 kg. L'alimentation du bain est réalisée jusqu'à ce que la masse de verre atteigne la charge maximale de 400 kg. A cet instant, la coulée du verre est démarrée par l'ouverture d'une vanne. Le four est alors partiellement vidangé jusqu'à 200 kg. Il s'en suit des phases d'alimentation et vidange toutes les 5 à 6 heures en fonction des verres à élaborer. La phase de vidange a une durée moyenne de 15 à 20 minutes.

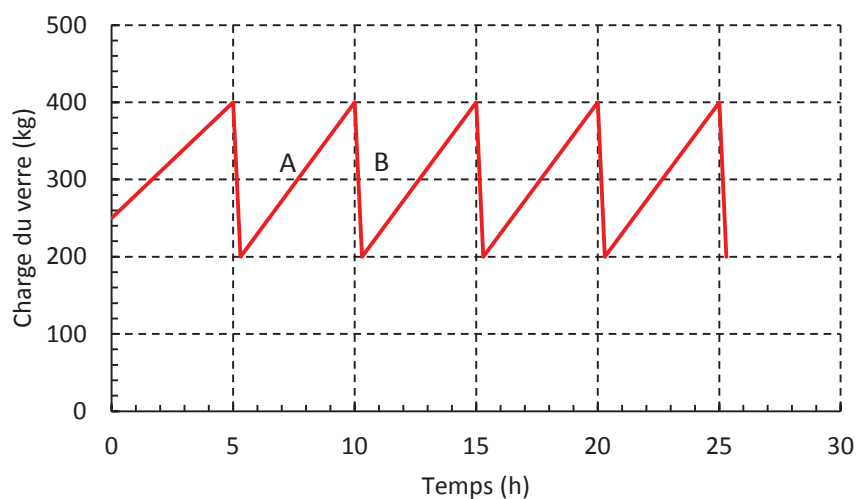


Figure 1.5 : Courbe d'élaboration du verre, en détaillant l'alimentation (A) et la vidange (B) du creuset froid chauffé par induction.



Comme inconvénient présenté par cette technologie, nous pouvons citer la demande d'énergie plus élevée due aux pertes Joule sur les structures métalliques.

La composition et les propriétés physiques des matrices vitreuses utilisées dans les procédés de vitrification sont décrites dans la section 1.2.

## 1.2 Le verre

Le verre étudié dans ce travail est nommé par le CEA «  $\text{UOx}_2$  ». Il correspond à un verre du type borosilicate, élaboré à partir des produits de fission issus du retraitement du combustible  $\text{UOx}_2$ .

Les propriétés physiques des verres, élaborés dans les procédés de vitrification, présentent des fortes variations en fonction de sa composition et de la température. Le verre  $\text{UOx}_2$  n'est pas une exception à cette règle. La forte influence des platinoïdes (environ 2% de sa composition : ruthénium, palladium et rhodium) et de la température sur leurs propriétés physiques ne sont pas négligeables, tout particulièrement sur la viscosité, la conductivité électrique et la conductivité thermique qui sont de bons exemples de ce comportement.

Par conséquent, afin d'atteindre une modélisation du procédé de vitrification qui soit la plus fidèle possible, l'utilisation de modèles qui décrivent le comportement des propriétés physiques du verre est indispensable.

Ces modèles ont été largement discutés dans des précédents travaux, comme de Roscini (1990), Yannick (2000), Simonet (2000), Jacoutot (2006), Darricarrere (2006) et Sauvage (2009). Ces travaux ont abordé les aspects rhéologiques, thermiques et électriques des propriétés physiques du verre à partir des essais expérimentaux et des études analytiques. Le Tableau 1.1 présente les ordres de grandeurs de quelques propriétés physiques aux températures de 500 K et de 1500 K.

Tableau 1.1 : L'ordre de grandeur des propriétés physiques du verre en fonction de la température.

| Propriété physique      | Unité                                   | 500 K     | 1500 K |
|-------------------------|---|-----------|--------|
| Conductivité électrique | $\Omega^{-1}.\text{m}^{-1}$             | $10^{-5}$ | 20     |
| Viscosité dynamique     | Pa.s                                    | $10^{14}$ | 1      |
| Chaleur spécifique      | $\text{J}.\text{kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ | 900       | 1500   |
| Conductivité thermique  | $\text{W}.\text{m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  | 1         | 6      |
| Masse volumique         | $\text{kg}.\text{m}^{-3}$               | 2850      | 2750   |

Les graphiques sur la Figure 1.6 montrent les courbes pour la viscosité dynamique, la chaleur spécifique, la conductivité électrique et la conductivité thermique. Celles-ci ont été obtenues à partir des modèles adoptés par Sauvage (2009). Ils seront utilisés dans le présent travail.

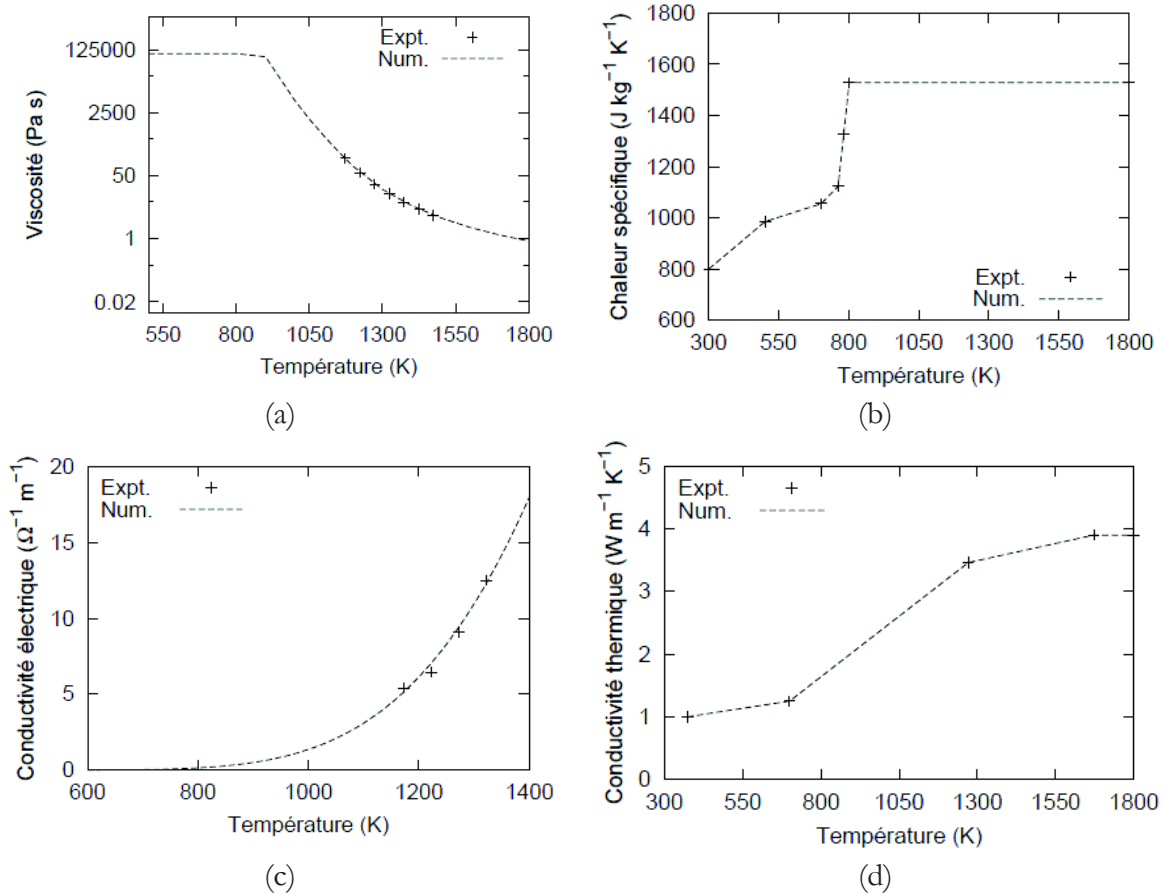


Figure 1.6 : Courbes de variation en fonction de la température de la viscosité (a), de la chaleur spécifique (b), de la conductivité électrique (c) et de la conductivité thermique (d).

## 1.3 Les phénomènes physiques mis en jeu dans le procédé de vitrification

Dans le procédé de vitrification étudié, les phénomènes physiques mis en jeu sont l'électromagnétisme, la thermique, l'hydrodynamique. De fortes interactions existent entre ces phénomènes. Ces interactions sont dues aux fortes variations des propriétés physiques du verre en fonction de la température, à la densité de puissance Joule (terme source de l'équation de la chaleur), aux densités de forces (thermoconvectives, électromagnétiques...) et aux termes de convections. Dans les sections suivantes, l'ensemble de ces phénomènes physiques et leurs interactions sont décrits et analysés.

### 1.3.1 Les phénomènes électromagnétiques

La configuration étudiée est constituée d'un inducteur en cuivre, d'un creuset froid, du système de brassage mécanique en inox et de la charge de verre.

Le phénomène électromagnétique est régi par les équations de Maxwell. Il se développe dans l'air, l'inox, le cuivre et le verre. Dans le procédé étudié les propriétés physiques des matériaux sont linéaires et isotropes. Ces matériaux sont non-magnétiques et non-chargés. Ainsi les équations de Maxwell pour ce problème sont les suivantes :



$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j} \quad (1.4)$$

A ces équations nous devons ajouter les lois constitutives des matériaux. Des mesures expérimentales ont montré que le verre froid présente des propriétés diélectriques, Simonnet (2000). Néanmoins, ces effets ne sont pas pris en compte dans notre étude. Ainsi les lois constitutives s'écrivent :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

Dans les milieux conducteurs immobiles, la loi d'Ohm s'écrit :

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1.5)$$

Les équations (1.1) et (1.3) permettent de définir le champ électrique  $\vec{E}$  en fonction du potentiel scalaire électrique  $V$  et du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (1.6)$$

Ainsi la densité de courant électrique  $\vec{j}$ , s'exprime suivant la relation :

$$\vec{j} = -\sigma \left( \vec{\nabla} V + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) \quad (1.7)$$

Dans un milieu conducteur mobile, comme le verre fondu, la loi d'Ohm s'écrit suivant la relation :

$$\vec{j} = \sigma (\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) \quad (1.8)$$

Ainsi les équations (1.3), (1.4), (1.6) et (1.8) permettent d'établir l'équation du champ magnétique dans la charge de verre :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \vec{\nabla}^2 \vec{B} \quad (1.9)$$

L'équation (1.9) nous permet de définir le nombre de Reynolds magnétique :

$$R_m = \mu_0 \sigma \frac{\vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B})}{\vec{\nabla}^2 \vec{B}}$$

Il représente le rapport entre les mécanismes de transport du champ magnétique  $\vec{\nabla} \times (\vec{u} \times \vec{B})$  et de diffusion  $\frac{1}{\mu_0 \sigma} \vec{\nabla}^2 \vec{B}$ . Autrement dit, il traduit le rapport entre les courants induits par l'écoulement et les courants induits par les variations temporelles du champ magnétique. Si les termes  $U$  et  $R$  désignent la vitesse caractéristique du fluide conducteur et la dimension caractéristique de l'écoulement, le nombre de Reynolds magnétique s'écrit :

$$R_m = \mu_0 \sigma U R$$

Dans notre cas,  $U$  est la vitesse maximale de l'écoulement en surface ; pour une vitesse d'agitation de 50 tr/mn,  $U$  sera de l'ordre de  $1 \text{ m/s}$ . Pour estimer l'ordre de grandeur de la dimension caractéristique  $R$ , nous avons pris comme base le diamètre du four ( $R \sim 1 \text{ m}$ ). En considérant ces ordres de grandeur ( $\mu_0 \sigma \sim 10^{-5} \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}$ ,  $U \sim 1 \text{ m/s}$ ,  $R \sim 1 \text{ m}$ ), nous obtenons un nombre de Reynolds magnétique très inférieur à l'unité ( $R_m \sim 10^{-5}$ ). Ce qui montre que le transport du champ magnétique dans le bain de verre par convection est négligeable devant la diffusion. L'équation (1.9) devient alors une équation de diffusion :

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0 \sigma} \vec{\nabla}^2 \vec{B} \quad (1.10)$$

Les courants induits sont donc dus aux variations temporelles du champ magnétique.

L'épaisseur de peau  $\delta$  représente la longueur caractéristique de la diffusion d'un champ magnétique pour une pulsation  $\omega$ , elle est définie par la relation :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \quad (1.11)$$

L'équation (1.11) nous permet de définir le paramètre d'écran  $R_\omega$  qui résulte du rapport entre l'épaisseur d'un matériau et l'épaisseur de peau électromagnétique.

$$R_\omega = \mu_0 \sigma \omega R^2 = 2 \frac{R^2}{\delta^2} \quad (1.12)$$

En sachant que la fréquence de fonctionnement de l'inducteur est de l'ordre de 300 kHz, l'épaisseur de peau pour les éléments en cuivre, comme l'inducteur, est d'environ 0,1 mm ; et pour les éléments en inox (creuset, cannes de mesure, agitateur mécanique, injecteurs ...) est de l'ordre de 0,7 mm. Pour ces éléments, le paramètre d'écran est grand devant l'unité ( $R_\omega > 200$ ). Par conséquent, le champ magnétique est localisé dans des régions proches des parois de ces

éléments. En revanche, le bain de verre présente une épaisseur de peau de l'ordre de 300 mm, ce qui permet la diffusion du champ magnétique dans tout le matériau.

La présence d'un champ magnétique  $\vec{B}$  et d'une densité de courant induit  $\vec{j}$  génèrent des forces électromagnétiques, ou forces de Lorentz, dans la charge de verre :

$$\vec{F}_e = \vec{j} \times \vec{B} \quad (1.13)$$

L'ordre de grandeur de la densité des forces de Lorentz a été évalué à  $5 \text{ N.m}^{-3}$  (Roscini (1990)). Une comparaison avec les forces de thermoconvection, qui présentent une densité d'environ  $1000 \text{ N.m}^{-3}$ , montre clairement que les forces de Lorentz sont négligeables face aux forces thermoconvectives. L'ordre de grandeur des forces de convection est vérifié à posteriori dans le chapitre 3.

Cela indique que le brassage électromagnétique n'est pas un des objectifs de l'utilisation de l'induction pour cette application. Celle-ci est utilisée uniquement pour chauffer la charge de verre à partir de la densité moyenne de puissance Joule. La densité moyenne de puissance Joule est définie par la relation suivante :

$$Q_{th} = \frac{|\vec{j}|^2}{2\sigma} \quad (1.14)$$

Cette densité de puissance Joule se répartit dans les éléments électriquement conducteurs et dans le bain de verre.

### 1.3.2 Les phénomènes thermo-hydrodynamiques

Les phénomènes thermiques et hydrodynamiques ont été rassemblés, afin d'offrir une approche qui met en évidence l'interaction entre les deux phénomènes physiques.

Pour les verres considérés, les propriétés physiques telles que la masse volumique, la conductivité thermique et la chaleur spécifique sont dépendantes de la température. Par contre, les transferts de chaleur par rayonnement interne ne seront pas pris en compte dans cette étude, car le verre  $\text{UOx}_2$  est pratiquement opaque.

Le procédé présente comme principale source thermique, la densité moyenne de puissance Joule ( $Q_{th}$ ). Cette source de chaleur volumique est injectée dans la charge de verre et assure sa fusion tout au long de son élaboration. Les autres phénomènes thermo-hydrodynamiques identifiés sont :

- la conduction due à la conductivité thermique du verre,
- la convection forcée due aux dispositifs de brassage mécanique et par bullage,
- la convection naturelle,
- la convection due aux forces électromagnétiques ou forces de Lorentz.

Le brassage par bullage ne sera pas pris en compte dans cette étude. Ces phénomènes sont décrits par les équations de base de la mécanique des fluides : les équations de la continuité, de Navier-Stokes et de la chaleur.

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (1.15)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \bar{\bar{\tau}} - \rho \beta (T - T_0) \vec{g} \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_p T) + \vec{\nabla} \cdot (\rho_p T \vec{u}) = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \vec{\nabla} T) + Q_{th} \quad (1.17)$$

où  $\bar{\bar{\tau}} = \mu (\vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \vec{\nabla} \cdot \vec{u}^T)$  représente le taux de tension de contraintes. L'approximation de Boussinesq est adoptée dans notre formulation, car le verre est considéré comme faiblement compressible.

L'homogénéisation thermique et chimique du bain de verre est réalisée principalement par la convection forcée, prise en compte dans le terme de convection de l'équation de la chaleur (1.17).

### 1.3.3 Les interactions entre les phénomènes physiques

En vue de la modélisation du procédé, nous avons pris en compte les phénomènes thermiques, hydrodynamiques et électromagnétiques, mais aussi les interactions entre eux. Les effets thermiques jouent le rôle prépondérant dans les interactions entre les divers phénomènes physiques, car ils impactent directement sur les effets hydrodynamiques et électromagnétiques.

Le couplage de la thermique et de l'hydrodynamique est effectué par la thermoconvection et l'advection. En parallèle, la conductivité électrique et la puissance Joule sont les termes de couplage entre les phénomènes effets thermique et électromagnétique. Le couplage entre les phénomènes électromagnétiques et hydrodynamiques n'est pas pris en compte dans cette étude car il est négligeable devant les autres interactions.

La magnétohydrodynamique (MHD) est négligée car le terme de convection de l'équation de l'induction, (1.9), présente un ordre de grandeur très inférieur au terme diffusif, comme montré à partir de l'analyse du nombre de Reynolds magnétique  $R_m$ . La Figure 1.7 présente un schéma du couplage entre les divers phénomènes physiques.

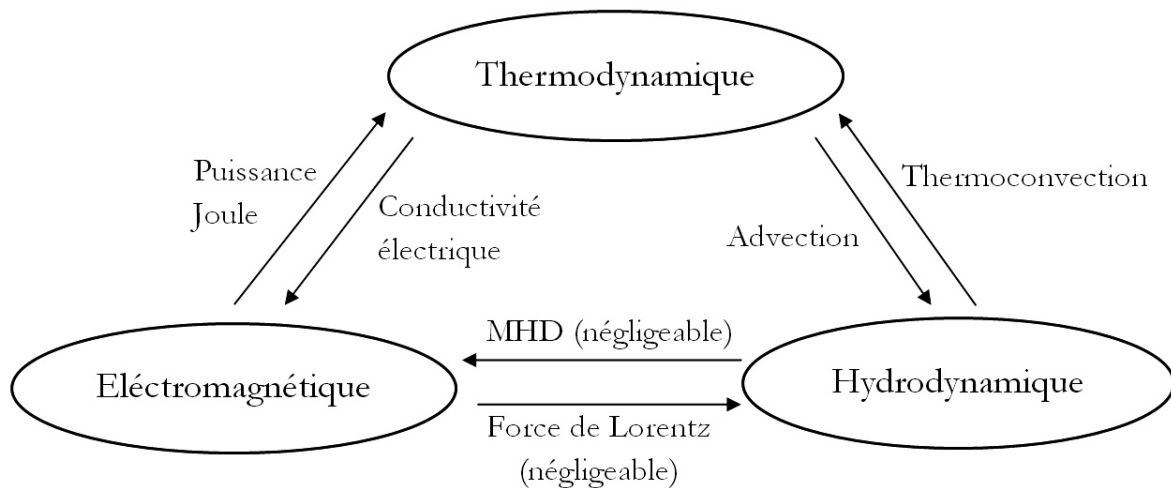


Figure 1.7 : Schéma des interactions entre les phénomènes électromagnétique, thermique et hydrodynamique présentes dans le bain de verre.

### 1.3.4 Les travaux antérieurs de modélisation

Lors des travaux de modélisation du creuset froid, conduits par Jacoutot (2006) et Sauvage (2009), des modèles stationnaires du procédé de vitrification ont été développés. Nous avons pris ces modèles comme base pour le développement d'un modèle instationnaire du procédé de vitrification par chauffage inductif. Dans les paragraphes suivants, nous détaillons les particularités de ces deux modèles.

#### 1.3.4.1 La modélisation avec couplage axisymétrique-3D avec agitation mécanique

Dans sa thèse, Jacoutot (2006) a développé une première modélisation numérique du procédé de vitrification en creuset froid. Dans cette étude les phénomènes électromagnétique, thermique et hydrodynamique avec brassage mécanique ont été pris en compte.

Afin d'atteindre ces objectifs, un algorithme de couplage entre les logiciels OPHELIE®, Gagnoud (1986), pour modéliser le phénomène électromagnétique et Fluent® pour modéliser le phénomène thermo-hydrodynamique a été construit. Cet algorithme permet de lancer automatiquement et successivement les deux codes tout en gérant l'interpolation des termes de couplage entre le phénomène électromagnétique axisymétrique et le phénomène thermique 3D. Les termes d'interaction entre les champs électromagnétique et thermique sont la densité de puissance Joule et la conductivité électrique.

La carte de densité de puissance Joule, obtenue à partir de la solution axisymétrique du champ électromagnétique, est convertie dans une carte tridimensionnelle par rotation sur son axe et injectée dans le bain de verre. Après la résolution du champ thermique tridimensionnelle, la température est exportée vers le modèle électromagnétique. A partir du champ de la nouvelle carte de température, la conductivité électrique est mise à jour dans le maillage électromagnétique et envoyée vers la solution thermique. Cette procédure itérative se réalise jusqu'à la convergence du calcul.

### 1.3.4.2 La modélisation avec couplage 3D-3D en présence de l'agitation mécanique et du bullage

Le modèle développé en Sauvage (2009) a pour objectif de fournir un bilan thermique le plus complet du procédé. Les phénomènes thermiques, hydrauliques, électromagnétiques, le brassage mécanique et le transfert thermique par radiation à la surface libre du bain de verre ont été pris en compte dans sa modélisation.

Dans ce contexte un algorithme de couplage entre les logiciels Cedrat Flux® pour la modélisation électromagnétique 3D et Fluent® pour la modélisation thermo-hydrodynamique 3D a été développé. Celui-ci permet de lancer automatiquement et successivement les deux logiciels en assurant l'interpolation des grandeurs entre les deux maillages. La carte de densité de puissance Joule est exportée et interpolée comme source thermique du modèle thermo-hydrodynamique. La carte de température est exportée vers le modèle électromagnétique et permet le calcul de la conductivité électrique.

Ce modèle diffère de celui développé par Jacoutot (2006) car il réalise une résolution tridimensionnelle du champ électromagnétique. Il prend en compte le dispositif de brassage mécanique et les effets du brassage par bullage. De plus il permet de prendre en compte les effets 3D des divers dispositifs sur le phénomène électromagnétique.

## 1.4 Démarche de la modélisation

Les modèles développés par Jacoutot (2006) et Sauvage (2009) pour le creuset froid chauffé par induction ont pour objectif principal de fournir un bilan thermique du procédé. Lors du développement de leurs modèles, ils ont pris en compte la forte variation des propriétés physiques du verre en fonction de la température, le couplage entre les phénomènes thermique et électromagnétique et le brassage par agitation mécanique et par bullage.

Cependant, les modèles du creuset froid décrits par Jacoutot (2006) et Sauvage (2009) restent limités, car ils ne sont pas capables de modéliser :

- la variation de niveau de la charge et son impact sur les phénomènes thermique et magnétique,
- la déformation de la surface libre du bain et son interaction avec le brassage par l'agitateur mécanique,
- l'émersion d'une partie de l'agitateur lors de la coulée et le couplage entre le maillage mobile,
- la méthode diphasique,
- les modèles thermo-hydrodynamique et électromagnétique.

Ces limitations reposent sur le caractère non stationnaire de ces phénomènes. Notre travail aura comme objectif l'étude de ces phénomènes afin d'augmenter nos connaissances sur la modélisation du creuset froid.

Dans cette section, il est décrit la démarche de la modélisation développée pour traiter notre cas d'étude. En considérant la complexité de notre problème, notamment vérifié par la diversité de

phénomènes physiques qui se mettent en place dans le procédé, nous avons choisi une méthodologie basée en une analyse isolée des phénomènes physiques. Nous sommes partis d'une étude de la vidange seule d'une cuve, puis nous avons augmenté la complexité physique de ce premier cas, afin d'arriver à un modèle final qui prend en compte tous les phénomènes physiques considérés dans notre étude relatifs aux objectifs de ce travail de thèse. Une description de chaque cas est présentée dans les paragraphes suivants.

#### **1.4.1 Cas 1 – étude hydrodynamique de la vidange sans dispositif de convection forcée**

Le premier cas consiste à modéliser la vidange de la cuve, sans prendre en compte les effets thermiques, inductifs et l'agitation mécanique.

Les objectifs de ce premier cas d'étude sont d'analyser l'hydrodynamique de la coulée, en étudiant la déformation à l'interface libre, et aussi d'établir une configuration d'un modèle numérique qui pourra être utilisée lors des cas d'études suivants, en s'assurant de la qualité du maillage, de la stabilité et de l'exactitude des résultats.

Une simplification importante dans ce cas est l'adoption d'une huile silicone qui présente des propriétés physiques comparables à celles du verre nucléaire en termes de viscosité. Cette simplification est nécessaire parce que les effets thermiques ne seront pas pris en compte dans ce modèle, un choix qui empêche l'utilisation du verre comme fluide de travail, car les propriétés physiques de celui-ci présentent de fortes variations en fonction de la température. De plus, nous pouvons comparer les résultats numériques aux mesures acquises lors des travaux expérimentaux en similitude hydrodynamique, conduits par M. Roland R. RIVA du LIEFT du CEA de Grenoble.

Ces considérations rendent possible une étude de la vidange du four dans des conditions semblables à celle du procédé de l'Atelier de Vitrification de Marcoule sans avoir d'interaction avec les autres phénomènes physiques lors de la modélisation de la vidange.

#### **1.4.2 Cas 2 – étude hydrodynamique de la vidange avec dispositif de convection forcée**

Le deuxième cas présente une modélisation de la vidange avec agitation mécanique (par pales), sans prendre en compte les effets thermiques. Les considérations relatives au fluide de travail sont identiques à celles adoptées pour le premier cas d'étude (soit l'adoption de l'huile silicone).

Maintenant, les objectifs sont de vérifier la performance du modèle développé dans le premier cas d'étude en présence de l'agitation mécanique, en analysant l'interaction entre celle-ci et le drainage, et ses effets sur la description de la surface libre.

### **1.4.3 Cas 3 – étude de la vidange du bain de verre sans dispositif de convection forcée**

Le troisième cas d'étude consiste en une modélisation de la vidange de la cuve en considérant les effets thermiques, mais sans l'agitation mécanique.

La simplification relative au fluide de travail, adoptée dans les deux premiers modèles, n'est pas nécessaire dans ce cas-ci, car les effets thermiques sont présents dans le problème, ce qui permet l'adoption du verre comme le fluide de travail.

L'intention de ce cas est de reproduire le procédé de fusion du verre en analysant l'homogénéité thermique du bain de verre, et en ne considérant que les forces de convection naturelle, avec le couplage électromagnétique.

Une fois que les effets thermiques seront considérés, le modèle offrira la possibilité de vérifier la performance du couplage entre les phénomènes thermiques et électromagnétiques lors du drainage du four.

### **1.4.4 Cas 4 – étude de la vidange du bain de verre avec agitation mécanique**

Le quatrième cas est la modélisation du procédé de fusion du verre nucléaire avec des variations de niveau du verre, en considérant le drainage du four, les effets thermiques, électromagnétiques et l'agitation mécanique.

Dans le présent modèle, le fluide adopté est le verre, car la définition du problème prend en compte les effets thermiques.

Ce cas a comme objectif principal l'analyse de l'homogénéité thermique, comme dans le modèle antérieur, tout en considérant les effets de l'agitation mécanique lors du procédé.

Un autre objectif de ce modèle est de vérifier la dépendance de la modélisation quant au niveau de départ pour la surface libre, en utilisant des valeurs variables pour la hauteur de la surface libre (p.ex. : 450 mm, 350 mm et 250 mm). Cette analyse est intéressante, car elle donne des résultats par rapport à la description de l'interface entre les deux phases (verre, air) quand les pales sont partiellement immergées dans le verre.

La Figure 1.8 présente un schéma global de la démarche de la modélisation adoptée.



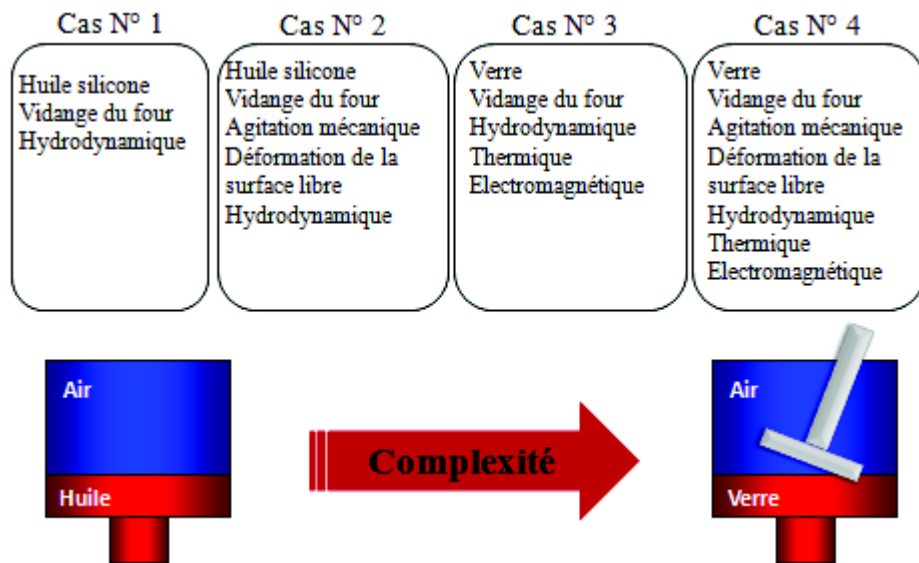


Figure 1.8 : Schéma de la méthodologie adoptée pour traiter la modélisation de notre cas d'étude.



# 2 Modélisation de la vidange d'un fluide de haute viscosité

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons la modélisation de la vidange d'une cuve contenant un fluide de haute viscosité. Les modèles utilisés dans ce chapitre correspondent aux deux premiers modèles simplifiés de la vidange du four (voir section 1.4). Ils ont comme principal objectif la seule étude des aspects hydrodynamiques du drainage pour les configurations sans et avec le dispositif de convection forcée, sans prendre en compte les phénomènes thermique, électromagnétique et les instruments de mesure de température mis en place dans le four. Dans ce chapitre nous présentons d'une part les expériences réalisées en huile et le modèle numérique développé. Les résultats de modélisation numérique seront confrontés aux données expérimentales. Nous obtiendrons ainsi une première validation du modèle de la vidange.

Dans cette étude nous avons utilisé comme fluide de travail une huile de haute viscosité pour remplacer le verre. Ce fluide a été choisi car il nous permet de faire abstraction des phénomènes thermiques car les propriétés physiques de l'huile varient très peu en fonction de la température contrairement à celles du verre. Une comparaison entre les propriétés du verre  $\text{UOx}_2$  ( $T \approx 1400$  K) de l'essai H04cv01 et de l'huile silicone est présentée dans le Tableau 2.1.

Tableau 2.1 : Comparaison entre les propriétés du verre et de l'huile.

| Fluide           | Masse volumique<br>[kg/m <sup>3</sup> ] | Viscosité dynamique<br>[Pa.s] | Tension superficielle<br>[N/m] |
|------------------|---|-------------------------------|--------------------------------|
| UOx <sub>2</sub> | 2477                                    | 10                            | 0,3                            |
| Huile            | 973                                     | 3,853                         | 0,021                          |

Une étude de similitude hydraulique pour la vidange sans et avec agitation mécanique a été conduite par M. Roland RIVA (DEN/DM2S/STMF/LIEFI) du CEA de Grenoble. Elle vise à établir des relations adimensionnelles entre les écoulements de verre et d'huile, à partir des caractéristiques géométriques du creuset froid et des maquettes expérimentales disponibles au CEA de Grenoble. La Figure 2.1 présente un schéma du creuset froid et une vue des maquettes expérimentales pour la vidange seule et avec agitation mécanique.

Comme hypothèses initiales, nous avons considéré le verre comme étant un fluide Newtonien et le régime d'écoulement comme laminaire. Ces deux hypothèses sont vérifiées dans les travaux de Jacoutot (2006) et Sauvage (2009). L'hypothèse de régime laminaire rend plus rapide l'étape de calcul numérique, car nous n'avons pas besoin de résoudre les modèles statistiques adoptés par les écoulements turbulents. Comme hypothèses supplémentaires, nous avons aussi considéré l'écoulement incompressible et instationnaire.

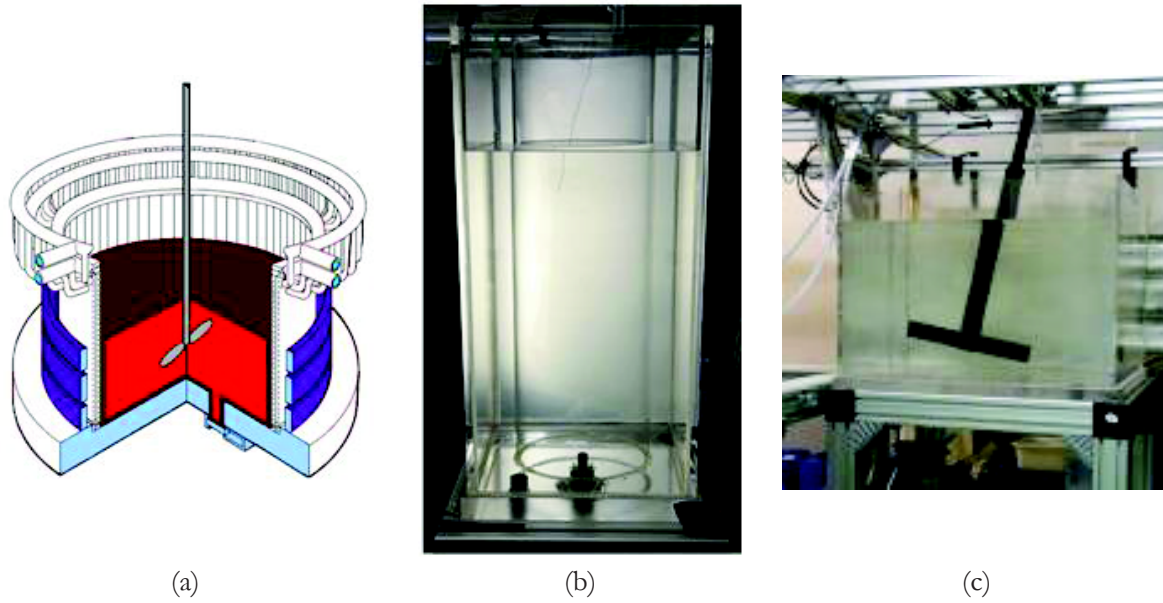


Figure 2.1 : Schéma du creuset froid (a). Cuves utilisées lors des essais expérimentaux de la vidange sans agitation mécanique (b) et avec agitation mécanique (c).

Pour le cas de vidange sans la présence de l'agitation mécanique, le nombre de Reynolds et le nombre de Froude ont été utilisés pour obtenir une relation qui assure la similitude hydraulique entre l'écoulement du verre et de l'huile. Cette relation (2.3) prend en compte la longueur caractéristique du réservoir  $L$  et la viscosité cinématique du fluide  $\nu$ . Dans notre cas, nous avons choisi le diamètre du réservoir comme longueur caractéristique  $L$ . Les indices 1 et 2 indiquent, respectivement, les paramètres du pilote de vitrification de Marcoule et ceux des maquettes de similitude hydraulique.

$$\text{Re} = \frac{U_1 L_1}{\nu_1} = \frac{U_2 L_2}{\nu_2} \quad (2.1)$$

$$\text{Fr} = \frac{U_1^2}{gL_1} = \frac{U_2^2}{gL_2} \quad (2.2)$$

$$\frac{L_1^{3/2}}{\nu_1} = \frac{L_2^{3/2}}{\nu_2} \quad (2.3)$$

La même méthodologie est utilisée pour le cas de la vidange en présence d'un système d'agitation mécanique. Dans cette configuration, nous utilisons les nombres de Reynolds de l'écoulement induit par la convection forcée (2.4), et le facteur de forme de l'agitateur mécanique (2.5) La relation obtenue correspond au nombre de Reynolds pour des mobiles en rotation (Nagata (1975)) (2.6). Cette relation prend en compte le diamètre du rotor  $D$ , la vitesse de rotation  $N$  et la viscosité cinématique du fluide  $\nu$ .

$$\text{Re} = \frac{U_1 D_1}{\nu_1} = \frac{U_2 D_2}{\nu_2} \quad (2.4)$$

$$\frac{U_1}{N_1 D_1} = \frac{U_2}{N_2 D_2} \quad (2.5)$$

$$\text{Re}_{\text{agitateur}} = \frac{N_1 D_1^2}{\nu_1} = \frac{N_2 D_2^2}{\nu_2} \quad (2.6)$$

A partir des équations (2.3) et (2.6), nous obtenons l'ordre de grandeur de la viscosité cinématique de l'huile  $\nu_2$  pour les deux configurations de vidange. Celle-ci varie de 1 à 8 Pa.s et correspond à la gamme de viscosité présentée par le verre fondu élaboré dans le procédé de vitrification. Le Tableau 2.2 présente les valeurs de la masse volumique et de la viscosité dynamique de l'huile.

Tableau 2.2 : Propriétés physiques de l'huile.

| Fluide | Masse volumique<br>[kg/m <sup>3</sup> ] | Viscosité dynamique<br>[Pa.s] |
|--------|---|-------------------------------|
| Huile  | 973                                     | 1 ~ 10                        |

Suite à l'étude de similitude hydraulique, nous détaillons dans les paragraphes suivants une recherche bibliographique sur les travaux expérimentaux et de modélisation numérique sur la vidange des réservoirs.

## 2.2 Etat de l'art

Le problème de la vidange d'un réservoir est un sujet assez exploré dans la littérature scientifique. Plusieurs configurations de réservoirs ont fait l'objet d'études expérimentales ou numériques. Dans notre étude de l'état de l'art de la vidange, nous nous sommes concentrés sur le drainage de réservoirs cylindriques ou rectangulaires avec un tube de coulée centré à la base du réservoir.

### 2.2.1 Méthodes linéaire et spectrale

Forbes et Hocking (2007) présentent dans leur article l'étude d'un écoulement bidimensionnel instationnaire développé lors de la vidange d'un réservoir rectangulaire. Ils réalisent une comparaison entre les résultats obtenus en utilisant une méthode linéaire et une méthode spectrale, proposée par Forbes et al. (2007). Cette dernière méthode est utilisée afin d'obtenir des solutions non-linéaires. Les résultats des deux méthodes sont en bon accord pour les petits nombres de Froude. En revanche, la solution linéaire devient imprécise quand l'interface entre les deux fluides est proche de l'orifice de coulée (nombres de Froude élevés). Dans cette situation les effets non-linéaires deviennent dominants. Zhou et Graebel (1990) et Stokes et al. (2005) ont obtenus résultats comparables à ceux présentés par Forbes et Hocking (2007). Ceci permet une comparaison entre des modèles bidimensionnels et tridimensionnels pour la vidange des réservoirs.

Zhou et Graebel (1990) ont aussi analysé l'influence de la tension superficielle sur l'écoulement avec l'objectif d'éviter de grandes déformations à l'interface. En revanche, cette étude n'a pas

vérifié l'influence de l'utilisation de valeurs réalistes pour la tension superficielle. Moore (1979) a montré que des déformations peuvent être générées à l'interface d'écoulements plans dans un intervalle de temps fini. De la Hoz et al. (2008) ont observé que la tension superficielle peut réduire ces déformations à l'interface.

Dans un autre travail, réalisé en 2010, Forbes et Hocking analysent l'écoulement lors de la vidange tridimensionnelle d'un système diphasique d'un réservoir cylindrique. Les deux fluides ont été considérés incompressibles. Lors de cette étude, ils ont réalisé des comparaisons entre les résultats obtenus en utilisant les techniques de linéarisation et spectrale. Les données fournies par la technique de linéarisation sont en concordance avec les résultats de la solution spectrale pour un petit nombre de Froude. Pour des nombres de Froude plus élevés, situation où l'interface entre les deux fluides est très proche de l'orifice de coulée, les aspects non-linéaires sont prédominants sur la solution.

Le travail réalisé par Farrow (2006) présente la modélisation d'un écoulement bidimensionnel d'eau lors du drainage d'un réservoir rectangulaire. Cette étude est plus particulièrement focalisée sur l'influence que les vagues ont sur l'écoulement lorsque l'interface se déplace entre les deux phases en direction de l'orifice de coulée. Le début de l'activité instationnaire des vagues provoque une dispersion dans les résultats, avec des situations où on constate une accélération ou même le freinage de la vidange. Une solution proposée pour réduire la dispersion des résultats est d'augmenter la hauteur de la surface libre, car on rend plus petits les effets de l'activité instationnaire.

### 2.2.2 Modèle numérique « VOF »

Robinson et al. (2010) présentent une étude numérique d'un écoulement instationnaire développé lors de la vidange d'un récipient axisymétrique. Le logiciel ANSYS Fluent® de mécanique des fluides numériques a été utilisé pour réaliser les calculs en utilisant la méthode « VOF ». Les calculs ont été réalisés dans le cas de l'huile et de l'eau. Ce modèle a été confronté aux résultats obtenus lors des expériences réalisées par Lubin et Springer (1967). Ce travail a montré que la mise en œuvre de la méthode « VOF » dans la modélisation hydrodynamique permet de simuler et d'analyser des problèmes tridimensionnels de vidange de récipients de géométries simples, en fournissant des résultats sur les transitions du régime de l'écoulement, la topologie et le positionnement de la surface libre.

Dans son travail Bartosiewicz et al. (2008) présentent une comparaison entre les logiciels de mécanique des fluides NEPTUNE\_CFD® et ANSYS Fluent®. Les données expérimentales sont fournies par Thorpe (1969). Le cas d'étude adopté dans cet article analyse les instabilités présentes dans un écoulement diphasique stratifié, les effets de la tension superficielle, le rapport de densité sur la dynamique de développement des instabilités et les structures des vagues. Les résultats obtenus par ANSYS Fluent® sont en concordance avec les données expérimentales. La tension superficielle n'a pas présenté des effets significatifs sur le rapport d'agrandissement des ondes, par contre elle a influencé l'amplitude des ondes et aussi l'instant d'apparition des instabilités. Le rapport de densité a fourni des résultats contradictoires par rapport la théorie. Lorsque le rapport de densité augmente, théoriquement, il est attendu que le temps initial d'apparition des instabilités augmente aussi. Cependant, cet effet n'est pas observé lors de

l'évolution de ce paramètre. L'explication probable peut être que la théorie n'est que valable pour des rapports de densité négligeables devant l'unité. Ces résultats montrent globalement la bonne performance de la méthode « VOF », disponible sur ANSYS Fluent®, lors de l'analyse de l'interface entre les phases d'un écoulement diphasique stratifié.

Dans les travaux de 2008 et de 2010, Bartosiewicz et al. se sont intéressés à l'étude de la déformation de la surface libre en présence d'une vitesse de glissement élevée à l'interface des deux phases. Les résultats présentés, obtenus en utilisant la méthode « VOF », n'ont pas montré de déformation de la surface libre. Ce résultat ne peut être attribué à une haute diffusivité artificielle, car le modèle laminaire et avec un schéma de discrétisation de second d'ordre conduit au même résultat. Cette analyse met en évidence une limitation du logiciel Fluent® pour la modélisation des écoulements stratifiés présentant un glissement très élevé entre les phases à l'interface. Cette conclusion est très importante, car elle présente une des limitations de la méthode « VOF », disponible sur Fluent®, lors de l'analyse des écoulements diphasiques.

### 2.2.3 Modèle couplé « VOF » et « Level Set »

Beaucoup d'études de modélisation des écoulements diphasiques mettent en œuvre soit la méthode « VOF » soit la méthode « Level Set ». Ces méthodes présentent des caractéristiques complémentaires qui peuvent être associées, pour obtenir un modèle numérique plus puissant. Ainsi, nous avons réalisé une recherche bibliographique concernant le couplage entre le modèle « Level Set » et le modèle « VOF ».

Dans leurs travaux, Nichita et al. (2010) décrivent l'implémentation du couplage « Level Set » et « VOF », noté « Coupled Level Set and Volume of Fluid Method – CLSVOF », dans le logiciel Fluent®. Cet article étudie l'interface gaz-liquide d'un écoulement à bulles de différents diamètres, en utilisant une série de cas tests disponibles sur Fluent®. A partir de ces cas, une comparaison entre les modèles « CLSVOF », « VOF » et des données expérimentales est réalisée afin de vérifier l'influence des courants parasites et de la déformation de l'interface due à des erreurs numériques. Le modèle « VOF » est disponible dans le logiciel Fluent®, par contre, il a été nécessaire d'implémenter le modèle « Level Set » en utilisant des « User Defined Functions – UDF », car il n'était pas disponible sur la version Fluent® de 2010. Le couplage entre les deux techniques a été réalisé en introduisant une équation qui couple la fonction « Level-Set » à la fraction volumique à la fin de chaque pas de temps. L'analyse des résultats fournis par le « CLSVOF » a montré une réduction de l'ordre de 50% de l'intensité des courants parasites dans un écoulement à bulles, par rapport au modèle « VOF ». Les comparaisons entre le « CLSVOF » et les données expérimentales sont en bon accord.

Dans l'article de Sussman et Puckett (2000), le couplage « CLSVOF » est utilisé pour la résolution des écoulements incompressibles diphasiques 3D et axisymétriques où les forces de tension superficielle et les altérations dans la topologie sont des caractéristiques prédominantes. Lors de ce travail, le modèle « CLSVOF » est comparé aux modèles « Level Set », « VOF » et au « Boundary Integral Method – BI ». Les résultats numériques ont été aussi confrontés aux données expérimentales disponibles en littérature. Cette analyse montre que le modèle « CLSVOF » est plus précis que les méthodes « Level Set » et « VOF » non-couplés et la méthode

« BI ». Les résultats obtenus avec le modèle « CLSVOF » sont en bon accord avec les données expérimentales.

Le travail réalisé par Tong et Wang (2007) décrit l'implémentation d'un nouvel algorithme pour le calcul de la force de tension superficielle, le « Pressure Boundary Method – PBM ». Le « PBM » est implémenté dans le modèle numérique « CLSVOF », il remplace l'algorithme « Continuum Surface Force – CSF », afin de réduire les courants parasites à la proximité de l'interface. Ces courants parasites sont responsables des instabilités qui apparaissent à l'interface et des problèmes de convergence de maillage. Cette étude analyse des écoulements à bulles où les effets de la capillarité sont prédominants. Les résultats montrent une grande réduction des courants parasites, tout en préservant une bonne concordance avec la littérature.

Les travaux réalisés avec le nouveau modèle « CLSVOF », qui est le couplage entre le « Level Set » et le « VOF », montrent que le modèle « CLSVOF » présente l'avantage de surmonter les inconvénients des modèles « Level Set » et « VOF » pris séparément. Le « CLSVOF » donne aussi des résultats de meilleure qualité, car il permet une description plus précise de la topologie de l'interface entre les deux phases, en respectant la conservation de la masse. Le Tableau 2.3 présente une synthèse des avantages et des désavantages des modèles numériques « VOF », « Level Set » et « CLSVOF ».

Tableau 2.3 : Les avantages et les désavantages des modèles numériques « VOF », « Level Set » et du couplage entre « Level Set » et « VOF ».

|              | « VOF »   | « Level Set »   | Couplage entre « VOF » et « Level Set »   |
|--------------|---|---|---|
| Avantages    | Conservation de la masse respectée  | Calcul plus précis des gradients spatiaux en comparaison au modèle « VOF ». | Conservation de la masse respectée et calcul précis des gradients spatiaux          |
| Désavantages | Calcul moins précis des gradients spatiaux en comparaison au modèle « Level Set » | Conservation de la masse non respectée                                      | Demande d'efforts de calcul augmentée.<br>Augmentation du temps de calcul numérique |

### 2.2.4 Conclusion

Il ressort de cette étude bibliographique, que les méthodes utilisées pour la modélisation de la vidange des réservoirs sont les méthodes linéaire, spectrale, les modèles numérique « VOF », « Level Set » et le couplage « VOF » et « Level Set ». Parmi ces modèles, le modèle « VOF » paraît être les plus adapté à notre étude, car le couplage « VOF » et « Level Set » demande des efforts de calcul plus élevée.

Dans la section suivante, nous détaillons les modèles adoptés dans la modélisation de la vidange sans et avec agitation mécanique.



## 2.3 Choix de modélisation numérique

Dans ce chapitre, nous décrivons les modèles adoptés pour la résolution de l'écoulement diphasique de la vidange, la méthode « VOF » ; et le modèle utilisé pour prendre en compte l'agitation mécanique, la technique « Sliding Mesh ».

### 2.3.1 Modèle « Volume of Fluid – VOF »

Le modèle numérique « Volume Of Fluid – VOF », proposé par Hirt et Nichols (1981), permet la modélisation de l'interface entre deux phases. Le modèle « VOF », disponible sur le logiciel Fluent®, résout les écoulements multiphasiques des fluides non-miscibles, en résolvant une équation de bilan pour la quantité de mouvement pour toutes les phases (2.7). Dans le modèle on introduit la variable fraction volumique,  $\alpha$ , qui donne la proportion de chaque phase dans chaque cellule du domaine.

En présence de deux phases l'équation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot (\mu (\vec{\nabla} \cdot \vec{u} + \vec{\nabla} \cdot \vec{u}^T)) \quad (2.7)$$

avec la masse volumique  $\rho$  et la viscosité dynamique  $\mu$  données par les relations suivantes :

$$\rho = \sum_{q=1}^n \alpha_q \rho_q \quad (2.8)$$

$$\mu = \sum_{q=1}^n \alpha_q \mu_q \quad (2.9)$$

La résolution de l'équation de la quantité de mouvement (2.7) conduit à un champ de vitesse pour les deux phases. Cette équation est couplée à l'équation de la continuité :

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0 \quad (2.10)$$

L'évolution de l'interface entre les phases résulte de la solution de l'équation de continuité de la fraction volumique qui pour la phase  $q$  s'exprime suivant la relation :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_q \rho_q) + \vec{\nabla} \cdot (\alpha_q \rho_q \vec{u}_q) = 0, \quad q = 1, 2. \quad (2.11)$$

Cette équation (2.11) n'est pas écrite pour la phase primaire. La fraction volumique de la phase primaire est calculée à partir de l'équation de contrainte (2.12) :

$$\sum_{q=1}^n \alpha_q = 1 \quad (2.12)$$

### 2.3.1.1 Discrétisation temporelle implicite

Le modèle numérique « VOF » présente deux schémas de discrétisation temporelle : un schéma implicite et un schéma explicite.

La discrétisation temporelle implicite (2.13) permet l'utilisation des schémas « QUICK », « Second Order Upwind », « First Order Upwind », « Modified HRIC » et « Compressive » pour interpoler la fraction volumique et obtenir le flux de toutes les faces dans toutes les cellules y compris les cellules à proximité de l'interface entre les phases.

$$\frac{\alpha_q^{n+1} \rho_q^{n+1} - \alpha_q^n \rho_q^n}{\Delta t} V + \sum_f (\rho_q^{n+1} U_f^{n+1} \alpha_{q,f}^{n+1}) = 0 \quad (2.13)$$

où

$n+1$  est l'indice du nouveau pas de temps.

$n$  est l'indice du pas de temps précédent.

$\alpha_{q,f}$  est la valeur sur la face de la fraction volumique calculée par le schéma d'interpolation.

$V$  est le volume de la cellule.

$U_f$  est le flux par unité de volume à travers la face. Il est basé sur la vitesse normale à la face.

Cette formulation est fonction de la fraction volumique du pas de temps actuel. Une équation scalaire de transport pour la phase secondaire est résolue itérativement à chaque pas de temps. La formulation implicite peut être sélectionnée pour la discrétisation de problèmes multiphasiques stationnaires ou instationnaires.

### 2.3.1.2 Discrétisation temporelle explicite

La discrétisation explicite permet le choix entre les schémas « CICSAM », « Geo-Reconstruct » et « Donor-Acceptor ». La formulation explicite s'exprime en fonction des valeurs de la fraction volumique obtenues au pas de temps précédent (2.14). La fraction volumique au pas de temps courant est obtenue directement (pas de processus itératif).

$$\frac{\alpha_q^{n+1} \rho_q^{n+1} - \alpha_q^n \rho_q^n}{\Delta t} V + \sum_f (\rho_q U_f^n \alpha_{q,f}^n) = 0 \quad (2.14)$$

L'utilisation de la discrétisation explicite du modèle « VOF » est limitée aux problèmes multiphasiques instationnaires.

### 2.3.1.3 Tension superficielle

La méthode « VOF » peut aussi prendre en compte la tension superficielle en utilisant la technique « Continuum Surface Tension – CSF », présentée par Brackbill et al. (1992). Dans le modèle « CSF », une force superficielle est calculée afin de modéliser numériquement les effets de

la tension superficielle dans les interfaces des phases et entre les fluides et parois. Cette méthode est bien adaptée pour l'analyse des interfaces qui ne sont pas alignées avec les grilles de calcul. Les résultats obtenus, en utilisant le modèle « CSF », présentent une bonne précision pour des problèmes en présence d'interfaces statiques ou dynamiques, où les effets de la tension superficielle ne sont pas négligeables.

### 2.3.2 Schémas numériques de discrétisation du modèle « VOF »

Le choix d'un schéma de discrétisation répondant aux objectifs de cette thèse, doit être pris en compte lors du déroulement de la présente étude. Dans ce cadre, nous avons réalisé une recherche bibliographique afin d'évaluer les schémas de discrétisation disponibles pour la méthode numérique « VOF ». Cette étude vient en complément à l'étude bibliographique réalisée sur la modélisation numérique de la vidange. La stabilité et l'exactitude des résultats, le degré de résolution de la topologie de la surface libre, lors de la vidange avec ou sans l'agitation mécanique ont été les critères adoptés pour le choix du schéma de discrétisation numérique.

Lors de leurs travaux, Walters et Wolgemuth (2009) présentent une comparaison entre plusieurs schémas pour la capture d'interface des écoulements diphasiques. Dans cet article une attention particulière est portée sur la minimisation de l'erreur dissipative de l'équation de la fraction volumique. Dans ce travail des problèmes diphasiques stationnaires 2D et 3D ont été étudiés afin de réaliser l'évaluation des algorithmes « Bounded Gradient Maximum Scheme – BGM » et « High Resolution Interface Capturing Scheme – HRIC ». Cette étude a été poursuivie en utilisant des maillages structurés, avec des éléments quadrangulaires, et non-structurés, avec des éléments triangulaires. Les résultats de cette étude montrent que la méthode « BGM » est capable de résoudre précisément l'interface entre les phases, en réduisant les effets de diffusion artificielle. Le schéma « HRIC » présente des résultats comparables à ceux fournis par le schéma « BGM », en revanche les effets de la diffusion artificielle à l'interface entre les phases restent importants. Toute fois son utilisation est conseillée pour des problèmes instationnaires, de plus la description de l'interface libre peut être améliorée en utilisant le couplage « Level Set » et « VOF », Fluent (2010).

Rhee et al. (2005) ont évalué des schémas de discrétisation de la surface libre, en analysant un écoulement autour d'un profil hydrodynamique partiellement submergé, dans un régime d'écoulement stationnaire. Le modèle de turbulence k-epsilon « Realizable » a été adopté pour la résolution des équations. Le schéma de troisième ordre « Monotone Upstream-centered Schemes for Conservation Laws – MUSCL » pour les termes convectifs, un schéma centré de deuxième ordre pour les termes de diffusion, un schéma de premier ordre pour les termes temporels, et le schéma « Pressure-Implicit with Splitting of Operators – PISO » pour le couplage pression-vitesse. Un maillage adaptatif a été utilisé pour la région d'interface du profil et pour la zone de la surface libre entre les phases. Dans cette étude sont comparés trois schémas de discrétisation pour le « VOF » : le « Donor-Acceptor – DA », le « Geometric Reconstruction – GR » et le « HRIC ». Les trois schémas présentent des résultats en accord avec les données expérimentales disponibles. Cependant le schéma « HRIC » présente des résultats plus précis pour les différents cas de surface libre analysés.

Dans le travail de Tsui et al. (2009), une comparaison entre les schémas de discrétisation « Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes – CICSAM », « High Resolution Interface Capturing – HRIC » et « Flux-Blending Interface-capturing Scheme – FIBS » est réalisée afin d'évaluer la performance de ces schémas de discrétisation. Cette étude concerne des cas tests bidimensionnels de transport de quantité de mouvement et de la déformation de la surface libre pour des écoulements multiphasiques. Ces problèmes ont été modélisés avec des maillages structurés ou non-structurés. L'analyse de ces trois algorithmes a montré une perte de précision des schémas « CICSAM » et « HRIC », lorsque le nombre de Courant augmente au-delà de l'unité. Les effets de la diffusion artificielle dans les résultats fournis par les schémas « CICSAM » et « HRIC » peuvent être évités si le nombre de Courant par cellule reste inférieur à 0,40, au-delà de cette valeur, ces schémas perdent leur précision. En revanche le schéma « FIBS » a fournit des résultats précis même pour des nombres Courant supérieurs à 0,40.

L'article de Warclawczyk et al. (2008) présent une comparaison entre les schémas « CICSAM » et « HRIC ». Lors de leurs travaux, ils ont analysé la performance de ces deux algorithmes dans la description des écoulements multiphasiques avec rapports de densité et viscosité très élevés. Ces schémas calculent le terme convectif non-linéaire présent dans l'équation de transport de la fraction volumique.

Les résultats de cette étude montrent la bonne correspondance entre les données expérimentales et les données numériques obtenues avec les deux algorithmes de discrétisation. En revanche, l'influence de la diffusivité numérique et de l'avance artificielle du temps est plus forte avec le schéma « HRIC » par rapport au schéma « CICSAM ». Ce dernier algorithme, même sous l'influence de ces effets numériques, présente une meilleure résolution de la surface libre.

La documentation du logiciel Fluent® recommande l'utilisation du schéma « CICSAM » dans les écoulements qui présentent un rapport de viscosité de l'ordre de  $10^5$ . Le schéma « Compressive » est une autre discrétisation d'interface disponible dans le modèle « VOF ». C'est un schéma de reconstruction d'interface de second ordre recommandé pour des problèmes qui demandent un effort de calcul numérique plus élevé. Le Tableau 2.4 présente une comparaison entre les schémas de discrétisation d'interface disponibles pour le modèle multiphasique « VOF ».

Tableau 2.4 : Comparaison entre les schémas de discrétisation de l'interface disponibles dans le modèle « VOF ».

| Schéma numérique    | Schéma implicite | Schéma explicite | Précision       | Vitesse de calcul |
|---------------------|------------------|------------------|-----------------|-------------------|
| « First order »     | Oui              | Non              | Non recommandée | Non recommandée   |
| « Second order »    | Oui              | Non              | Non recommandée | Non recommandée   |
| « QUICK »           | Oui              | Oui              | Basse           | Elevée            |
| « Modified HRIC »   | Oui              | Oui              | Moyenne         | Elevée            |
| « CICSAM »          | Non              | Oui              | Elevée          | Moyenne           |
| « Compressive »     | Oui              | Oui              | Elevée          | Moyenne à élevée  |
| « Geo-reconstruct » | Non              | Oui              | Très élevée     | Basse à moyenne   |
| « BGM »             | Oui              | Non              | Très élevée     | Basse à moyenne   |

Source : ANSYS Fluent ®, Costumer Training Material.

Les schémas « CICSAM » et « Compressive » ont été sélectionnés comme schémas de discrétisation pour la fraction volumique à l'interface. Ces modèles sont adaptés pour des problèmes qui présentent des rapports de viscosités très élevés. Ils sont aussi performants au niveau de la précision de calcul de l'interface et de temps de calcul numérique.

### 2.3.3 Modèle « Sliding Mesh »

La modélisation de l'agitation mécanique est importante, car elle est à l'origine des forces de convection forcée responsables de l'hydrodynamique et de l'homogénéité thermique du bain de verre. La méthodologie adoptée dans cette thèse pour modéliser ce phénomène reste la même que celle adoptée par Jacoutot (2006) et Sauvage (2009). Dans ces travaux, ils ont utilisé un type de maillage glissant dénommé « Sliding Mesh », ANSYS Fluent (2010).

Cette technique consiste à construire un domaine global et à le partager en deux sous-domaines : un domaine fixe et un domaine tournant, Figure 2.2. Le domaine fixe représente la cuve. Le domaine tournant représente l'agitateur mécanique avec une zone de transition entre la géométrie des pales et la zone fixe. La partie à l'intérieur de la zone 2 constitue le volume mobile du modèle, donc la géométrie de l'axe de l'agitateur mécanique reste immobile dans la région du volume fixe.

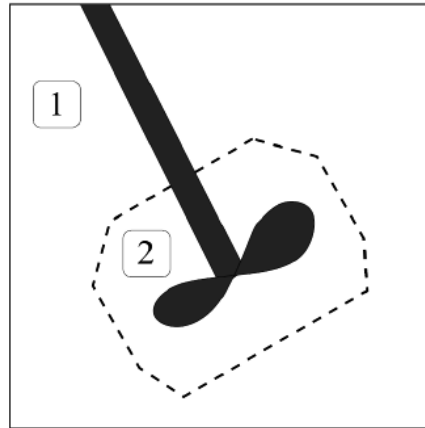


Figure 2.2 : Visualisation du domaine de calcul et des deux sous-domaines de calcul.

La relation entre la vitesse absolue  $\vec{u}$ , par rapport au repère inertiel fixe, et la vitesse relative liée au repère tournant  $\vec{u}_r$  (2.15).

$$\vec{u} = \vec{u}_r + (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \quad (2.15)$$

où  $\vec{\Omega}$  représente le vecteur rotation lié à l'agitateur mécanique et  $\vec{r}$  le vecteur position.

Les équations de continuité (2.16) et de quantité de mouvement (2.17) en adoptant le repère inertiel sont présentées ci-dessous. Dans l'équation de quantité de mouvement, nous visualisons la présence des effets d'accélération de Coriolis (2.18) et d'accélération d'entraînement (2.19). Le terme  $\vec{\tau}$ , (2.20), correspond au tenseur de contraintes.

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}_r) = 0 \quad (2.16)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}_r}{\partial t} + (\vec{u}_r \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}_r + 2\vec{\Omega} \times \vec{u}_r + \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r} \right) = -\vec{\nabla} p + \vec{\nabla} \cdot \vec{\bar{\tau}} - \rho \beta (T - T_0) \vec{g} \quad (2.17)$$

$$\vec{a}_{coriolis} = 2\vec{\Omega} \times \vec{u}_r \quad (2.18)$$

$$\vec{a} = \vec{\Omega} \times \vec{\Omega} \times \vec{r} \quad (2.19)$$

$$\vec{\bar{\tau}} = \vec{\nabla} \cdot (\mu (\vec{\nabla} \cdot \vec{u}_r + \vec{\nabla} \cdot \vec{u}_r^T)) \quad (2.20)$$

## 2.4 Etude hydrodynamique de la vidange d'une cuve en huile de haute viscosité

Dans l'étude hydrodynamique de la vidange d'une cuve en huile de haute viscosité, nous avons développé des modèles théorique et numérique pour la modélisation de la vidange. Nous avons étudié deux configurations d'écoulement :

- le drainage d'une cuve sans agitation mécanique,
- le drainage d'une cuve avec agitation mécanique.

Dans les sections suivantes, nous décrivons les essais expérimentaux et les modèles théorique et numérique ; et présentons la validation de ces modèles avec des essais expérimentaux.

### 2.4.1 Essais expérimentaux

Une série d'essais expérimentaux de vidange en huile a été conduit par M. Roland RIVA. Ces essais ont pour principal objectif de fournir des données pour la validation des modèles numériques du drainage du four. Les essais sont orientés principalement sur l'analyse des aspects hydrodynamiques de la vidange et des effets de l'interaction entre l'agitateur mécanique et la surface libre du fluide (génération des vagues, déformation de la surface libre,...).

Des publications sur la vidange, pour des viscosités comparables à celle du verre, sont très rares dans la littérature. Cela est certainement dû au fait que les industries verrières et nucléaires restent très discrètes sur leurs produits. D'où l'importance de ces études expérimentales en similitude hydraulique, car elles constituent une base de données expérimentales sur la vidange de réservoirs pour des fluides de haute viscosité ; ce qui pourra être utile pour de futurs travaux.

Deux cuves sont utilisées lors des expériences. Une première cuve de Ø240 mm, Figure 2.3, avec deux orifices de coulée : un de Ø20 × 30 mm, en position centrale ; et un de Ø44 × 50 mm, désaxé de 85 mm du centre. La deuxième cuve de Ø650 mm, Figure 2.4, est équipée d'un agitateur mécanique et dispose d'un seul orifice de coulée de Ø44 × 50 mm, désaxé de 86 mm du centre. Chaque cuve est placée dans une sur-cuve à section carrée. Cette sur-cuve à faces parallèles sert à avoir des images non déformées de la cuve centrale cylindrique. Cela est particulièrement important pour la capture d'images de l'écoulement dans la cuve centrale cylindrique.

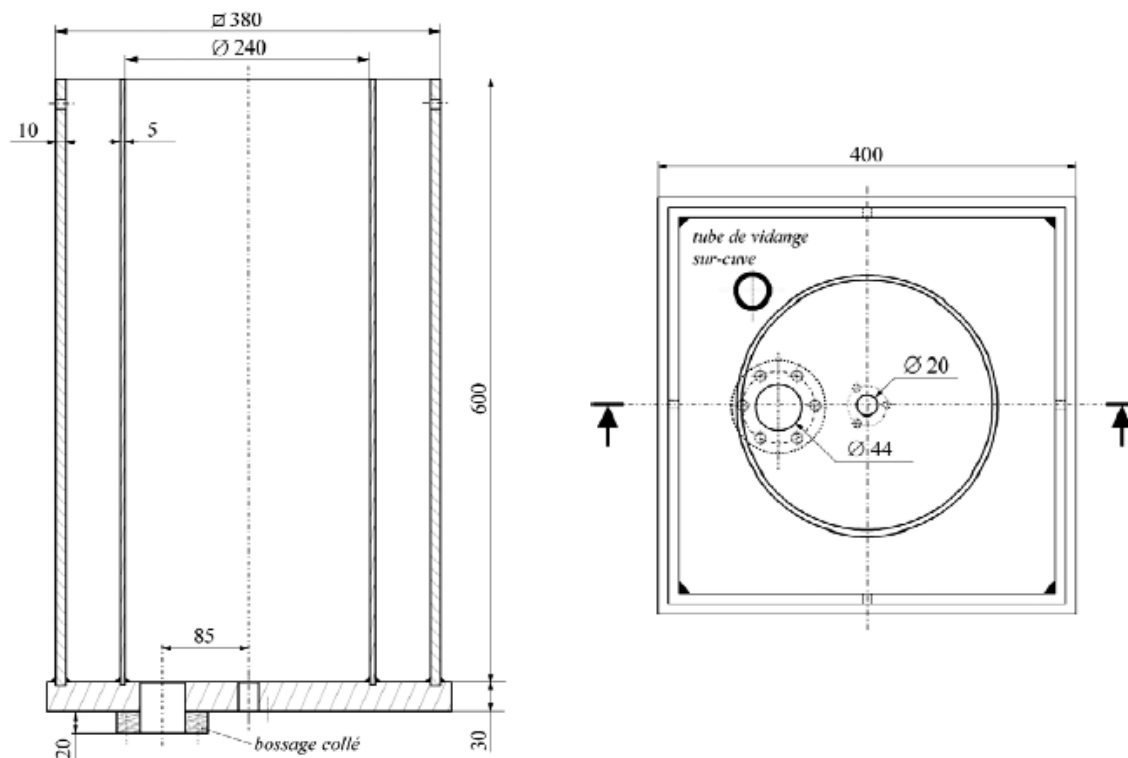


Figure 2.3 : Vue latérale et supérieure de la cuve de Ø240 mm.

Lors des essais, nous avons utilisé une huile silicone avec une masse volumique de  $970 \text{ kg/m}^3$ . Différentes viscosités ont été utilisées pour obtenir une quantité de données expérimentales suffisante pour balayer la gamme des viscosités des verres élaborés. Les essais de vidange avec la cuve Ø240 mm ont été réalisés pour trois valeurs de viscosité (1,2 ; 3,6 et 7,7 Pa.s) pour chaque orifice de coulée. Les essais avec la cuve de Ø650 mm ont été réalisés en combinant la vidange et la rotation de l'agitateur pour trois vitesses de rotation : 20, 40 et 60 tr/mn (en sens horaire, en vue de dessus). Le Tableau 2.5 présente l'ensemble des configurations des essais pour les deux cuves.

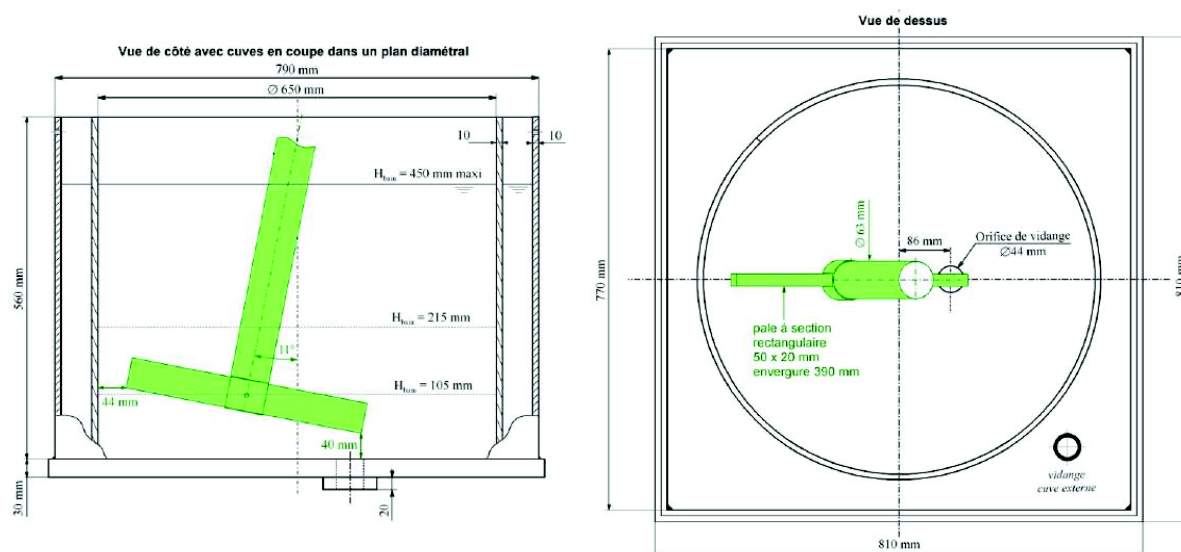


Figure 2.4 : Vue latérale et supérieure de la cuve de Ø650 mm.



Tableau 2.5 : Les configurations des essais de vidange avec les cuves Ø240 mm et Ø650 mm. L'orifice Ø20 × 30 mm est localisé en position centrale et l'orifice Ø44 × 50 mm est désaxé du centre de 85 mm pour la cuve Ø240 mm ; et de 86 mm pour la cuve Ø650 mm.

| Type d'essai                               | Configurations des essais                       | Viscosité dynamique [Pa.s] |
|--|---|----------------------------|
| Essais de vidange sans agitation mécanique | Cuve Ø240 mm<br>Orifice Ø20 × 30 mm             | 1,2 ± 0,05                 |
|  |   | 3,6 ± 0,05                 |
|  |   | 7,7 ± 0,05                 |
| Essais de vidange avec agitation mécanique | Cuve Ø650 mm<br>Orifice Ø44 × 50 mm<br>20 tr/mn | 4,12 ± 0,05                |
|  |   | 3,94 ± 0,05                |
|  |   | 4,03 ± 0,05                |
|  | Cuve Ø650 mm<br>Orifice Ø44 × 50 mm<br>40 tr/mn | 4,12 ± 0,05                |
|  |   | 4,03 ± 0,05                |
|  | Cuve Ø650 mm<br>Orifice Ø44 × 50 mm<br>60 tr/mn | 4,03 ± 0,05                |

La méthodologie adoptée pour l'acquisition des données expérimentales a été la mesure de la masse de l'huile vidangée. La masse vidangée a été récupérée dans une cuve inférieure de Ø650 mm posée sur des barres de pesage et mesurée au cours du drainage. Le débit massique a été obtenu directement par la variation de la masse vidangée. Ces essais sont complétés par des enregistrements d'images de la vidange, en détaillant le jet de coulée et la déformation de la surface libre avec ou sans l'agitateur mécanique.

### 2.4.2 Modèle théorique de la vidange

Bird et al. (2002) présentent une solution analytique pour le problème du drainage d'un réservoir cylindrique avec un tube de coulée placé au centre de la base de la cuve, Figure 2.5. Cet écoulement est contrôlé par uniquement par l'action de la gravité. Comme hypothèse de résolution, l'écoulement est considéré quasi-stationnaire en régime laminaire. Cette hypothèse est valable parce que le volume de fluide dans le réservoir varie très lentement avec le temps. Cette solution est construite à partir de l'équation du bilan de masse pour des écoulements instationnaires dans le réservoir ; et de l'équation de Hagen-Poiseuille pour des écoulements laminaires dans le tube de coulée.



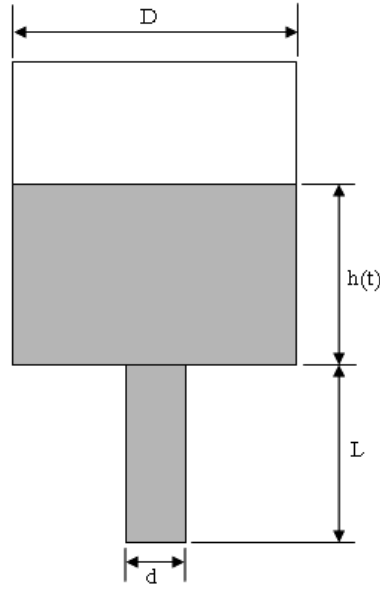


Figure 2.5 : Réservoir cylindrique avec un tube de coulée.

$$\frac{dm}{dt} = -\frac{\rho\pi D^2}{4} \frac{dh}{dt} \quad (2.21)$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\pi \Delta p d^4 \rho}{128 \mu L} \quad (2.22)$$

A partir des équations (2.21) et (2.22), le temps de vidange et la variation du niveau du fluide sont décrits par les équations suivantes :

$$t = \frac{32\mu LD^2}{\rho g d^4 C} \ln\left(\frac{H_0}{h}\right) \quad (2.23)$$

$$h(t) = H_0 e^{-\frac{\rho g d^4 C}{32\mu LD^2} t} \quad (2.24)$$

Le coefficient C correspond à la correction due au rétrécissement de la section transversale lors du passage du réservoir au tube de coulée. Cette approche théorique ne prend pas en compte les pertes de charge dans le réservoir.

Joye et al. (2002) ont utilisé cette formulation lors d'une comparaison entre le temps de vidange théorique et expérimental, pour des écoulements laminaires et turbulents. Ils ont adopté la formulation présentée par Loiacono (1987) pour résoudre l'écoulement turbulent de la vidange et un coefficient de rétrécissement C égal à l'unité pour la formulation décrite en Bird et al. (2002). Plusieurs configurations de réservoirs avec des tubes de coulée en position horizontale ou verticale ont été analysées. Leur étude comparative a montré une bonne concordance entre les données expérimentales et les résultats analytiques. Les formulations analytiques adoptées, pour les régimes turbulent et laminaire, ont présenté des incertitudes sur le temps de vidange de l'ordre de  $\pm 8\%$ . Les essais turbulents ont été réalisés avec de l'eau et les essais laminaires avec un fluide de viscosité égale à 0,01 Pa.s.

### 2.4.3 Modélisation numérique de la vidange

Le logiciel de mécanique des fluides Fluent® a été utilisé pour la résolution numérique de la vidange. Les géométries et maillages sont générés à l'aide du logiciel Gambit®, version 2.4.6. Nous avons adopté les dimensions réelles des cuves expérimentales Ø240 mm et Ø650 mm lors de la description des domaines de calcul.

En suivant la démarche de la modélisation décrite dans la section 1.4, nous avons initié l'étude numérique hydrodynamique de la vidange par le cas sans l'agitation mécanique, suivi du cas avec agitation mécanique.

L'étude hydrodynamique de la vidange sans agitation mécanique a été réalisée en deux étapes : la première décrit des modèles axisymétriques et la deuxième des modèles tridimensionnels. Dans la première étape, nous avons réalisé des études de sensibilité de modélisation de la vidange par rapport à la prise en compte : du jet de coulée, de la tension superficielle, de la taille des éléments du maillage et du pas de temps.

Le choix de ces paramètres a permis une analyse ciblée sur les propriétés physiques de l'huile et les paramètres de discrétisation numérique du domaine de calcul.

Dans la seconde étape, nous avons réalisé la modélisation tridimensionnelle de la vidange, où une étude du drainage sans agitation mécanique a été réalisée. Nous avons regardé l'indépendance des modèles par rapport à l'angle de contact entre l'huile et le matériel de la cuve ; et aux schémas implicite et explicite de discrétisation temporelle du modèle multiphasique « VOF ».

Dans l'étude hydrodynamique de la vidange avec agitation mécanique, nous avons développé un modèle numérique, en utilisant la technique de maillage glissant, « Sliding Mesh », et le modèle numérique multiphasique « VOF » pour résoudre l'écoulement de vidange du réservoir.

Les résultats des modélisations ont été validés avec les données expérimentales fournies par M. Roland RIVA (DEN/DM2S/STMF/LIEFT – CEA de Grenoble).

### 2.4.4 Etude axisymétrique de la vidange sans agitation mécanique

Pour l'étude axisymétrique, nous avons modélisé la section verticale de la cuve Ø240 mm. Deux domaines ont été générés afin d'étudier l'indépendance des résultats par rapport à la modélisation du jet de coulée, Figure 2.6.

Ils diffèrent par l'absence ou la présence d'un volume ajouté à la partie inférieure de la cuve. Ce volume inférieur représente l'atmosphère dans laquelle l'huile va s'écouler. Il présente un diamètre plus faible que celui de la cuve, en revanche leurs dimensions sont suffisantes pour empêcher des interactions entre les parois du domaine et le jet de coulée. Pour les deux configurations, la cuve a un rayon de 120 mm et une hauteur 460 mm. Le tube de coulée a un rayon de 10 mm et une hauteur de 30 mm.

L'objectif de l'étude comparative entre les modèles avec et sans la prise en compte du jet de coulée est d'évaluer les effets du rétrécissement de la section transversale du jet de coulée sur le modèle de la vidange. La modélisation du jet de coulée a été réalisée sans et avec prise en compte

de la tension superficielle de l'huile silicone dans le modèle. Celle-ci à l'objectif d'étudier l'influence de la tension superficielle sur le rétrécissement du jet de coulée et sur la description de la déformation de l'interface entre les phases. Des études d'influence de la taille du maillage et du pas de temps ont été aussi conduites.

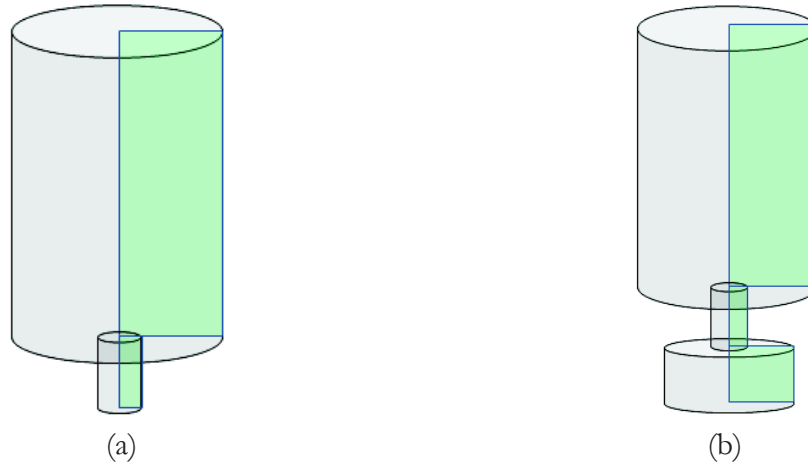


Figure 2.6 : Visualisation du domaine de calcul pour l'étude axisymétrique de la vidange. Domaine de calcul pour la modélisation sans le jet de coulée (a) et avec le jet de coulée (b).

Des éléments hexaédriques ont été choisis pour la discrétisation des domaines de calcul, car ce type d'élément est plus adapté à la résolution d'écoulements avec le modèle multiphasique « VOF », (ANSYS Fluent (2010)). La Figure 2.7 présente une visualisation des maillages des domaines de calcul utilisés dans l'étude axisymétrique de la vidange. Pour cette première géométrie, nous avons obtenu un maillage de 55500 cellules pour une taille de maille de 1 mm ; et un maillage de 222000 cellules pour une taille de maille de 0,5 mm. Pour la seconde géométrie, nous avons obtenu un maillage de 70500 cellules en utilisant une taille de maille de 1 mm. Ces tailles de mailles ont été choisies afin d'avoir une description fine du domaine de calcul et aussi pour évaluer la dépendance des résultats aux des maillages.

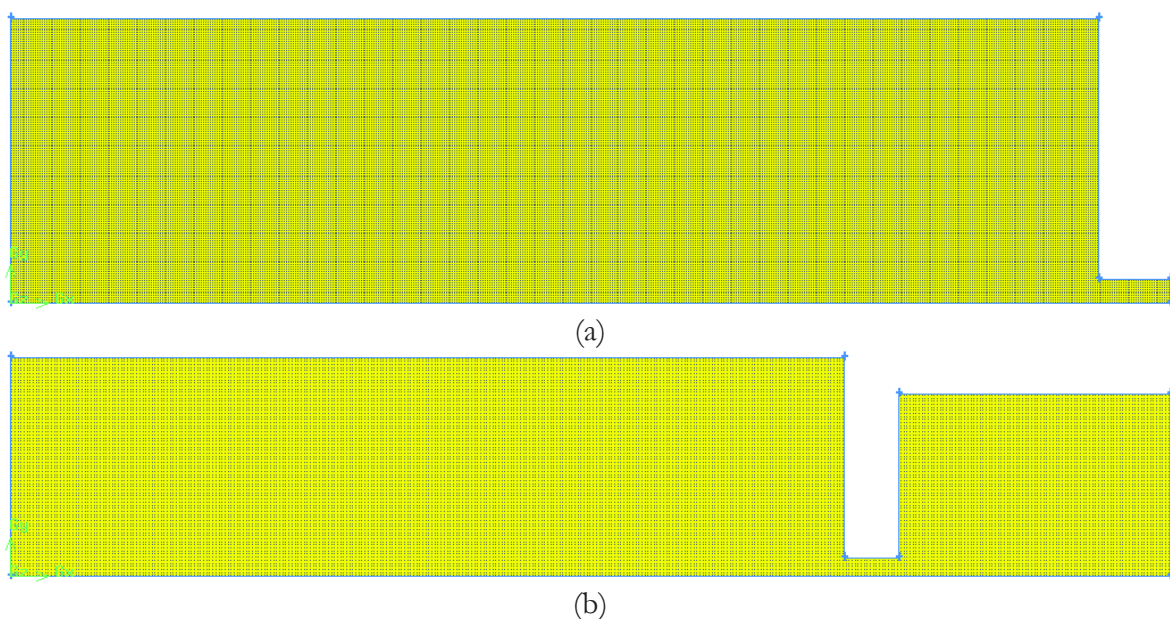


Figure 2.7 : Maillages utilisés dans l'étude axisymétrique de la vidange pour les modélisations sans la prise en compte du jet de coulée (a) et avec le jet de coulée (b).

## 2 Modélisation de la vidange d'un fluide de haute viscosité

Nous avons adopté les mêmes conditions aux limites pour les deux cas d'étude axisymétrique. A l'entrée et sortie du domaine, nous avons la condition limite de pression atmosphérique ; au centre du domaine, nous utilisons une condition de symétrie ; et sur les parois qui limitent le domaine, une condition de non-glissement. La Figure 2.8 montre les conditions aux limites au domaine de calcul pour le cas axisymétrique de la vidange avec la prise en compte du jet de coulée.

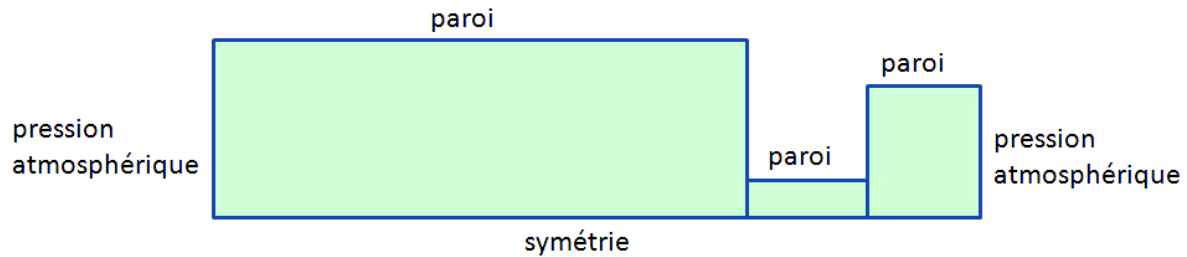


Figure 2.8 : Schéma d'attribution des conditions aux limites du domaine de calcul du cas axisymétrique de la vidange avec la prise en compte du jet de coulée.

Le calcul de vidange est initialisé avec la cuve et le tube de coulée remplis d'huile. Lors du démarrage du calcul, l'huile s'écoulera par l'action de la gravité ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ), définie dans tout le domaine. Le Tableau 2.6 présente les configurations adoptées pour les deux modèles axisymétriques. Nous avons utilisé la même sélection de schémas de discrétisation pour les deux modèles.

Tableau 2.6 : Schémas de discrétisation numérique adoptés pour la résolution du modèle axisymétrique de la vidange avec la cuve Ø240 mm et orifice Ø20 mm, en position centrale, sans et avec modélisation du jet de coulée.

| Modèle axisymétrique de la vidange |                                 |
|------------------------------------|---------------------------------|
| Paramètres                         | Schémas de discrétisation       |
| Gradients                          | Least Square Cell Based         |
| Termes temporels                   | 1 <sup>st</sup> ordre implicite |
| Termes de convection               | QUICK                           |
| Termes de diffusion                | 2 <sup>nd</sup> ordre centré    |
| Terme de pression                  | PRESTO                          |
| Couplage pression-vitesse          | PISO                            |

Nous avons défini comme critères de convergence un résidu de l'ordre de  $10^{-4}$  pour les équations de la continuité et de la quantité de mouvement, et un nombre maximal de 50 itérations par pas de temps.

Nous avons adopté la discrétisation temporelle explicite avec un pas de temps fixe dans tous les cas de l'étude axisymétrique. La définition du pas de temps a été réalisée de telle manière que l'écoulement ne traverse pas plus d'une maille dans un pas de temps  $\Delta t$ . Pour respecter cette condition, les nombres de Fourier et de Courant ont été limités à l'unité.

$$Fo = \frac{\Delta t}{t_d} = \frac{\mu \Delta t}{d^2} \quad (2.25)$$

$$Co = \frac{\Delta t}{t_c} = \frac{U \Delta t}{d} \quad (2.26)$$

Cette condition par rapport à la convection et à la diffusion de l'écoulement a comme effet la minimisation de l'erreur numérique, (Bianchi et al. (2004)). L'ensemble des configurations adoptées pour l'étude axisymétrique est présenté dans le Tableau 2.7.

Tableau 2.7 : Configurations des études axisymétriques de la vidange.

| Géométrie  | Modèle  | Viscosité dynamique [Pa.s] | Tension superficielle [N/m] | Taille de maille [mm] | Pas de temps [s] |
|--|---|----------------------------|-----------------------------|-----------------------|------------------|
| Cuve Ø240 mm<br>orifice Ø20 mm<br>(en position centrale) | Axisymétrique de la vidange sans le jet de coulée | 1,2                        | 0,021                       | 1                     | 10 <sup>-3</sup> |
|  |   | 3,6                        | 0,021                       | 1                     | 10 <sup>-3</sup> |
|  |   | 3,6                        | 0                           | 1                     | 10 <sup>-3</sup> |
|  |   | 7,7                        | 0,021                       | 1                     | 10 <sup>-3</sup> |
|  | Axisymétrique de la vidange avec le jet de coulée | 3,6                        | 0,021                       | 1                     | 10 <sup>-3</sup> |
|  |   | 3,6                        | 0                           | 1                     | 10 <sup>-3</sup> |

Les écoulements ont été résolus en utilisant le calcul en parallèle sur deux processeurs Intel® Xeon(TM) 2,66 GHz. Le temps de résolution a varié de quatre à huit semaines. Celui-ci a été fortement influencé par la variation de la valeur de viscosité, la prise en compte du jet de coulée, la taille de maille et le choix du pas de temps.

Les incertitudes expérimentales sur le temps, le niveau d'huile, la masse et la viscosité sont présentées dans le Tableau 2.8. Les incertitudes expérimentales sur le débit massique par rapport à la viscosité sont présentées dans le Tableau 2.9.

Tableau 2.8 : Incertitudes expérimentales sur le temps, le niveau d'huile, la masse et la viscosité.

| Variables              | Incertitudes |
|------------------------|--------------|
| Temps [s]              | ± 1          |
| Niveau de l'huile [mm] | ± 2          |
| Masse [kg]             | ± 0,1        |
| Viscosité [Pa.s]       | ± 0,005      |

Tableau 2.9 : Incertitudes expérimentales sur le débit massique par rapport à la viscosité.

| Viscosité [Pa.s] | Incertitudes sur le débit massique [kg/s] |
|------------------|---|
| 1,2 ± 0,05       | ± 0,002                                   |
| 3,6 ± 0,05       | ± 0,001                                   |
| 7,7 ± 0,05       | ± 0,002                                   |

Nous présentons ci-après les comparaisons entre les modèles théorique et numérique de la vidange avec les essais expérimentaux. Nous avons adopté le niveau de 450 mm comme repère

pour les comparaisons. L'échelle de temps des résultats expérimentaux, théorique et numérique a été recalée en fonction de ce choix.

### 2.4.4.1 Comparaison entre le modèle théorique et les essais expérimentaux

Une étude comparative entre la solution théorique, proposée par Bird et al. (2002), et les données expérimentales est présentée dans cette section. Cette analyse a été réalisée pour les trois valeurs de viscosité (1,2 ; 3,6 et 7,7 Pa.s). Dans cette étude, nous avons comparé les données expérimentales du niveau de l'huile et du débit massique pour deux cas théoriques :

- coefficient de rétrécissement  $C$  égal à 0,6,
- coefficient de rétrécissement  $C$  corrigé en fonction de la viscosité dynamique.

Nous avons adopté la valeur de  $C$  égale à 0,6, car nous avons vérifié dans la littérature (Munson et al. (2009)) que cette valeur correspond à la configuration de l'orifice de coulée utilisée dans la cuve expérimentale. La comparaison entre les courbes expérimentales et théoriques pour  $C = 0,6$  et  $C$  corrigé en fonction de la viscosité est présentée dans la Figure 2.9.

Les résultats obtenus pour le premier cas ( $C = 0,6$ ) n'ont pas présenté une bonne concordance avec les données expérimentales. Nous avons observé des valeurs surestimées pour le niveau de l'huile ; et une sous-estimation du débit massique. La comparaison pour le  $C = 0,6$  montre qu'il faut utiliser avec soin les coefficients de rétrécissement fournis par la littérature, car nous avons observé qu'il n'est pas adapté aux écoulements de vidange en huile de haute viscosité ( $1 \sim 8$  Pa.s).

Dans le cas avec  $C$  corrigé, la solution théorique a présenté une meilleure concordance avec les données expérimentales. Cette amélioration a été obtenue en corrigeant le coefficient  $C$  en fonction de la viscosité expérimentale. Les valeurs du coefficient  $C$  ont été obtenues en minimisant l'écart entre les incertitudes du niveau de l'huile et du débit massique. En utilisant cette méthodologie, nous avons obtenu une réduction significative des écarts entre les valeurs théoriques et les données expérimentales.

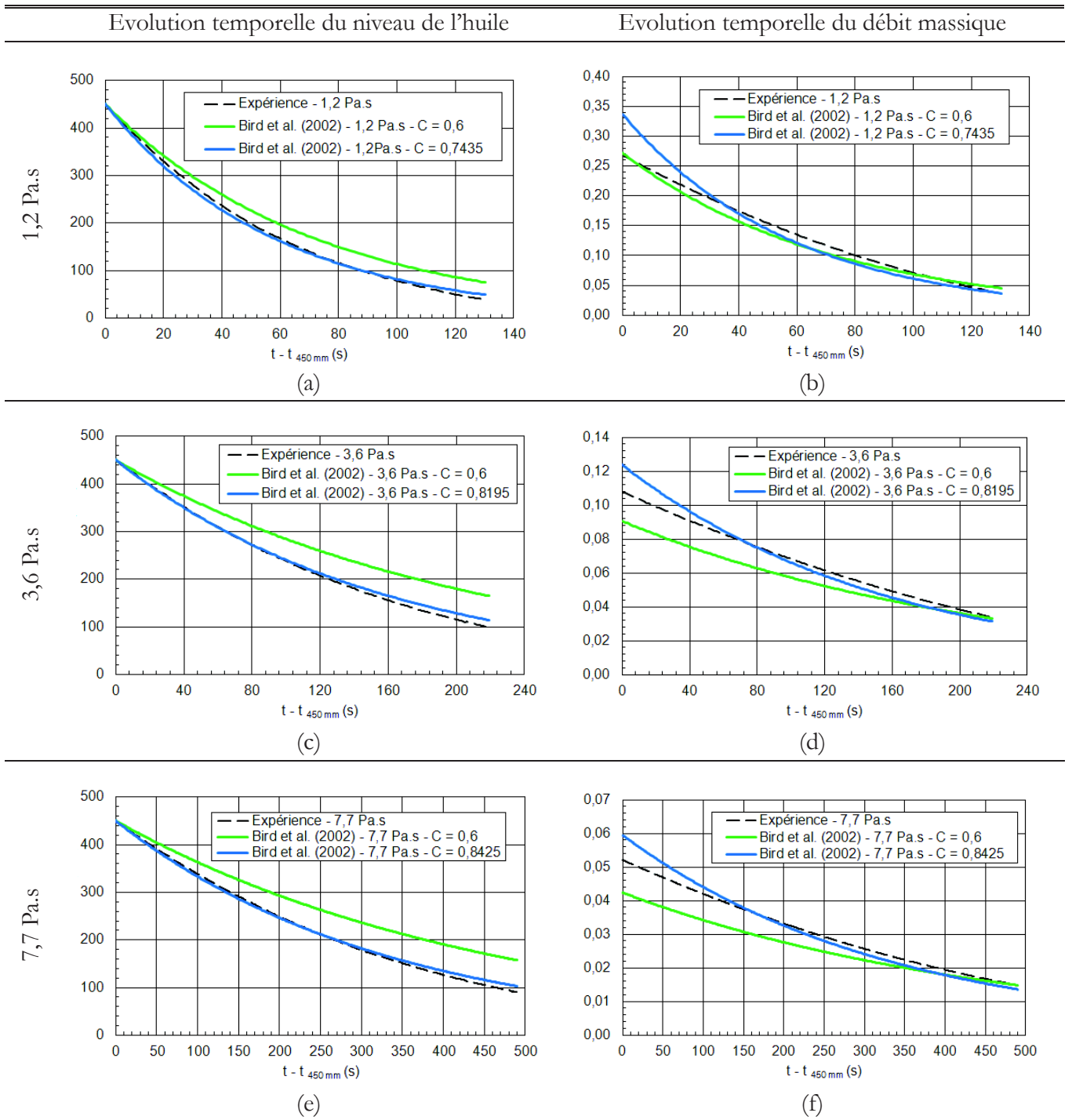


Figure 2.9 : Comparaison entre les essais expérimentaux (en noir) et le modèle théorique, proposé par Bird et al. (2002), pour  $C = 0,6$  (en vert) et  $C$  corrigé en fonction de la viscosité expérimentale (en bleu), pour les viscosités expérimentales de 1,2 ; 3,6 et 7,7 Pa.s. Echelle du niveau de l'huile en mm. Echelle du débit massique en kg/s.



Le Tableau 2.10 présente les valeurs du coefficient C corrigé et les écarts sur le niveau d'huile et sur le débit massique suivant les valeurs de viscosité. Dans le cas du C corrigé, l'écart entre la solution théorique et les données expérimentales a varié de 25,74 % ( $\mu = 1,2$  Pa.s) à 14,17 % ( $\mu = 7,7$  Pa.s). Malgré les valeurs élevées, celles-ci restent moins importantes que les écarts présentés par  $C = 0,6$  qui sont de l'ordre de 74 % pour le niveau d'huile et de 24 % pour le débit massique. Cette variation sur l'écart montre une forte influence de la viscosité sur le comportement de la solution théorique.

Tableau 2.10 : Les coefficients de rétrécissement C en fonction de la viscosité expérimentale et les écarts théoriques maximaux pour les évolutions du niveau de l'huile et du débit massique.

| Viscosité expérimentale [Pa.s] | Coefficient de rétrécissement C | Ecart relatif sur le niveau de l'huile [%] | Ecart relatif sur le débit massique [%] |
|--------------------------------|---------------------------------|--|---|
| 1,2                            | 0,7435                          | 25,74                                      | 25,74                                   |
| 3,6                            | 0,8195                          | 14,70                                      | 14,71                                   |
| 7,7                            | 0,8425                          | 14,17                                      | 14,25                                   |

Une analyse plus approfondie du coefficient C corrigé, montre que sa valeur augmente en fonction de la viscosité expérimentale, Figure 2.10. Cette analyse peut fournir des ordres de grandeur du coefficient C pour une gamme de viscosité. Cependant, le développement d'une loi qui décrit le comportement du coefficient de rétrécissement C en fonction de la viscosité demande des comparaisons plus approfondies avec des expériences.

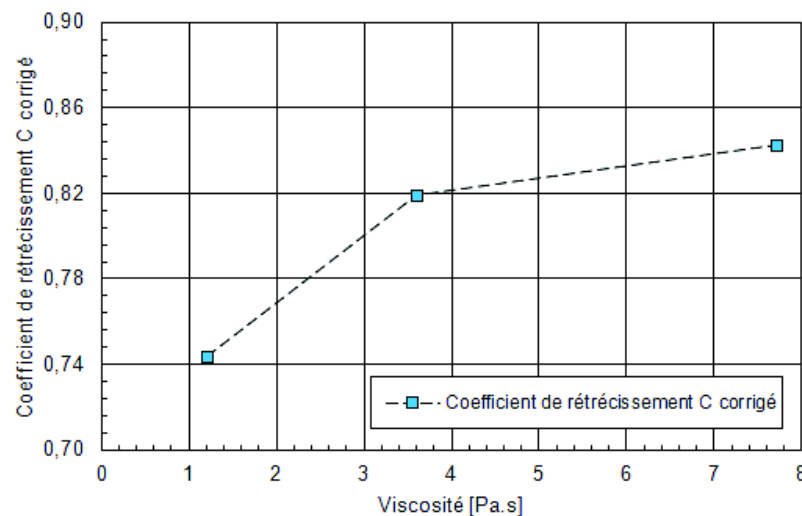


Figure 2.10 : Variation du coefficient de rétrécissement C par rapport à la viscosité.

### 2.4.4.2 Comparaison entre le modèle numérique axisymétrique et les essais expérimentaux

Nous avons réalisé une première comparaison entre le modèle axisymétrique de la vidange, sans la prise en compte du jet de coulée, avec les essais expérimentaux. Ensuite, nous avons analysé la dépendance des résultats par rapport à : la prise en compte du jet de coulée, la prise en compte de la tension superficielle, la taille de maille et le pas de temps.



Dans la première comparaison, nous avons observé une bonne concordance entre les résultats numériques, sans la prise en compte du jet de coulée et les données expérimentales. Nous avons analysé pour les trois viscosités expérimentales (1,2 ; 3,6 et 7,7 Pa.s). Nous avons utilisé un modèle laminaire. Nous avons vérifié que celui-ci était compatible avec les nombres de Reynolds calculés pour les écoulements modélisés. Dans la cuve Ø240 mm, ils varient de  $10^{-2}$ , pour l'huile à 7,7 Pa.s, à l'unité, pour l'huile à 1,2 Pa.s. Pour l'écoulement dans le tube de coulée (Ø20 mm), nous avons une variation pour le nombre Reynolds de  $10^{-1}$ , pour l'huile 7,7 Pa.s, à 3, pour l'huile à 1,2 Pa.s.

Les courbes de comparaison entre les résultats numériques et les données expérimentales sont présentées dans la Figure 2.11. Le comportement de l'écoulement, évalué par la variation du niveau de l'huile et du débit massique, ont été bien reproduits par le modèle numérique.

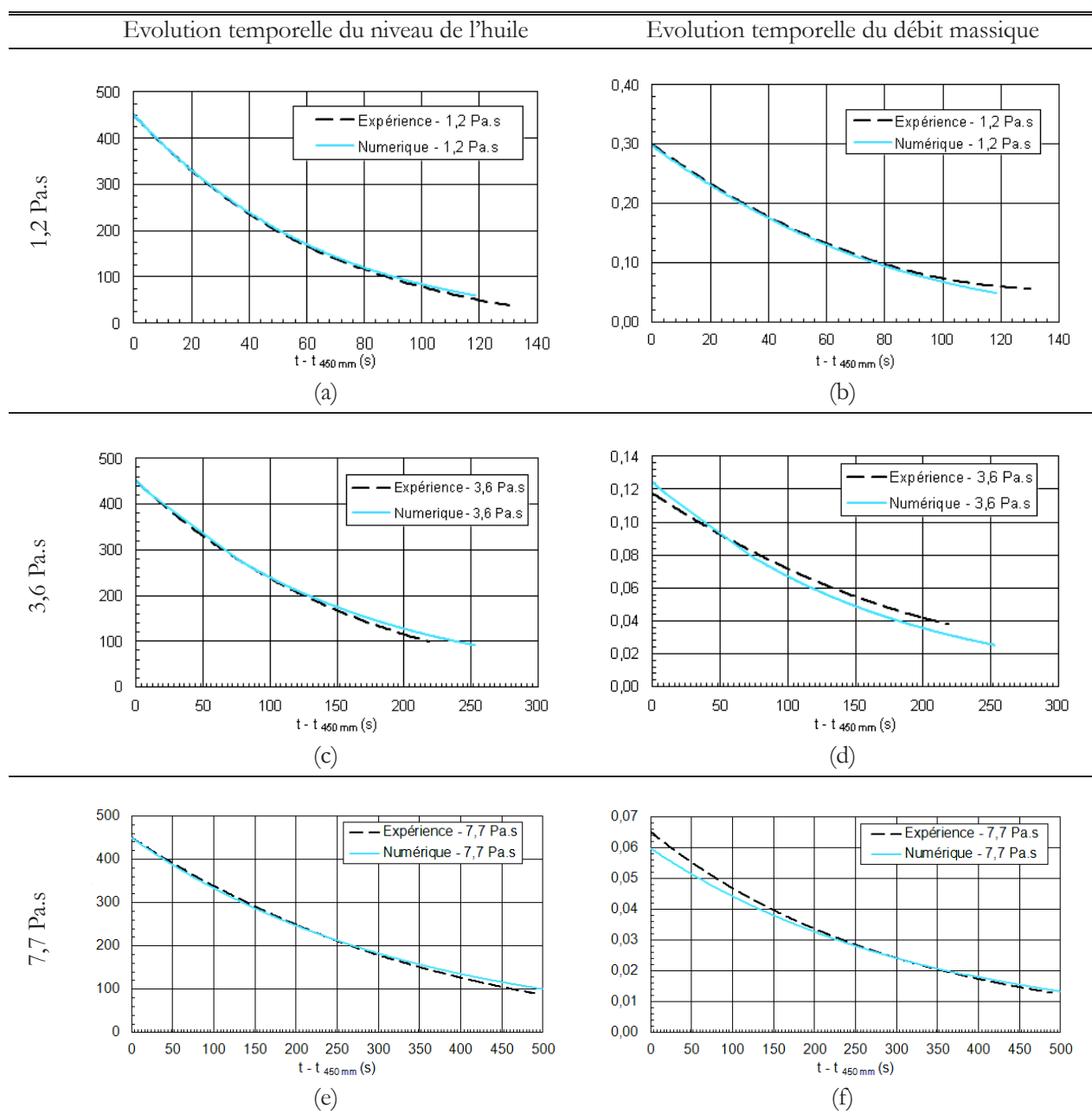


Figure 2.11 : Comparaison des évolutions temporelles du niveau de l'huile et du débit massique, pour les viscosités expérimentales de 1,2 ; 3,6 ; et 7,7 Pa.s, obtenues à partir du modèle

axisymétrique de la vidange, sans la prise en compte du jet de coulée, (en bleu) et des essais expérimentaux (en noir).

Les écarts maximaux entre les résultats numériques et les données expérimentales pour les trois valeurs de viscosités sont présentées dans le Tableau 2.11. Les erreurs maximales ont été obtenues pour l'huile à 3,6 Pa.s : 14 % pour le niveau de l'huile ; et 17 % pour le débit massique.

Tableau 2.11 : Ecart relatifs et absolus maximaux entre les résultats du modèle numérique axisymétrique et les données expérimentales.

| Viscosité<br>[Pa.s] | Ecart relatif du<br>niveau de l'huile<br>[%] | Ecart du niveau<br>de l'huile<br>[mm] | Ecart relatif du<br>débit massique<br>[%] | Ecart du débit<br>massique<br>[kg/s] |
|---------------------|--|---------------------------------------|---|--------------------------------------|
| 1,2                 | 15   | 8                                     | 2   | 0,0008                               |
| 3,6                 | 14   | 14                                    | 17  | 0,0064                               |
| 7,7                 | 11   | 10                                    | 7   | 0,0050                               |

Nous avons ensuite étudié la sensibilité de cette modélisation en fonction de divers paramètres : jet de coulée, tension de superficielle et pas de temps. Les configurations adoptées sont décrites dans le Tableau 2.7. Pour cette étude nous avons choisi la viscosité de 3,6 Pa.s ; car cette viscosité présente des écarts plus élevés.

Dans l'ensemble, nous n'avons pas remarqué des variations significatives dans les résultats numériques ; en revanche, nous avons remarqué une dépendance de la convergence du modèle numérique en fonction de ces paramètres. Les modèles avec le jet de coulée ont demandé une réduction du pas de temps afin de respecter les critères de convergence. La prise en compte de la tension superficielle a eu pour effet d'améliorer la convergence du calcul.

Le modèle numérique axisymétrique est plus précis au début de la coulée, où l'interface entre l'air et l'huile est encore loin de l'entrée de l'orifice de coulée. Dès que l'interface reste très proche de l'orifice de coulée, il devient moins précis, à cause de la prédominance des effets non-linéaires caractéristiques de l'écoulement de vidange dans cette région, Figure 2.11. Ce comportement est semblable à celui-ci décrit par Forbes et Hocking (2007, 2010).

### 2.4.4.3 Conclusion

Les résultats obtenus avec les modèles numérique et théorique ont été comparés aux essais expérimentaux. Ces comparaisons ont montré que les deux modèles sont capables de bien décrire l'écoulement de la vidange. Ils ont présenté une erreur maximale d'ordre de 8 mm (15 %), pour le suivi de la surface libre ; et de 0,0064 kg/s (17 %), pour le débit massique.

Dans la section suivante, nous poursuivrons notre étude, en présentant un modèle numérique 3D de la vidange sans agitation mécanique.

### 2.4.5 Etude tridimensionnelle de la vidange sans agitation mécanique

Dans l'étude tridimensionnelle de la vidange sans agitation mécanique, nous avons analysé l'influence de l'angle de contact entre l'huile et les parois de la cuve et des discrétisations temporelles explicite et implicite du modèle « VOF » sur les résultats numériques.

Pour cette étude, nous avons généré une modèle tridimensionnel de la cuve expérimentale Ø240 mm, Figure 2.12. Les dimensions du domaine de calcul sont 120 mm de rayon et 455 mm de hauteur, pour la cuve ; et 10 mm de rayon et 30 mm de hauteur, pour le tube de coulée.



Figure 2.12 : Modèle tridimensionnel de la cuve expérimentale Ø240 mm.

La discrétisation du domaine de calcul tridimensionnel a été réalisée en utilisant une technique de taille de maille variable. L'utilisation d'une technique de taille de maille uniforme, à l'exemple de celle-ci utilisée pour le modèle axisymétrique, n'est pas envisageable car celle-ci conduirait à un maillage avec un nombre de cellules très élevé (environ 1 million de cellules). Les deux types de maillage sont présentés dans la Figure 2.13 : taille de maille uniforme adoptée dans l'étude axisymétrique et taille de maille variable adoptée dans l'étude tridimensionnelle.

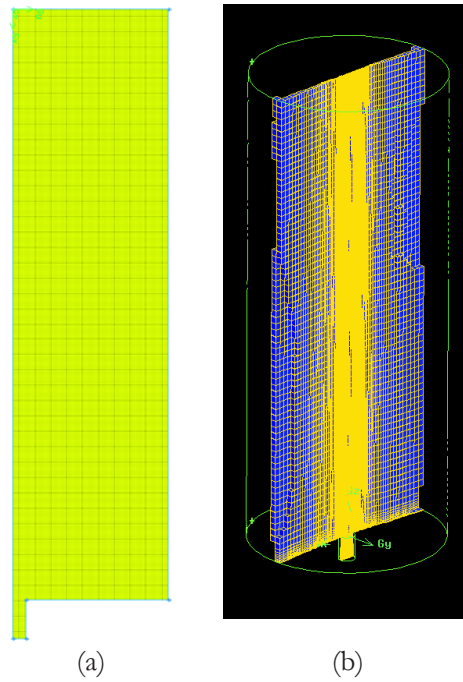


Figure 2.13 : Maillages avec taille de maille uniforme, adopté dans l'étude axisymétrique (a) et avec taille de maille variable, adopté dans l'étude tridimensionnelle (b).

En adoptant la technique de maillage variable, nous avons obtenu un maillage de 455814 éléments, Figure 2.14, avec des éléments variant de 1 mm à 6 mm, en respectant un rapport d'agrandissement de 1,2. Le Tableau 2.12 présente les dimensions du domaine de calcul et les caractéristiques du maillage du modèle tridimensionnel sont présentées dans le Tableau 2.13.

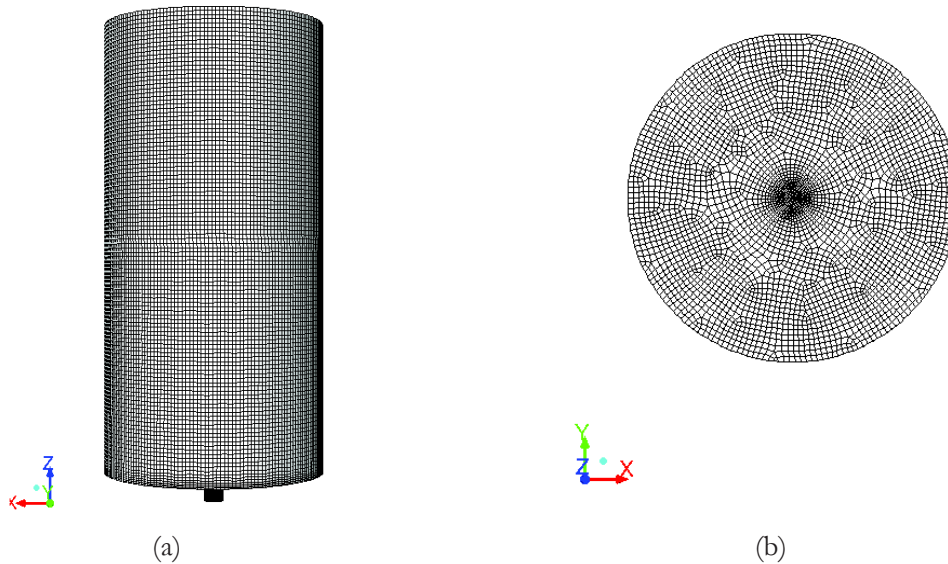


Figure 2.14 : Visualisation du maillage de la cuve Ø240 mm avec un orifice de coulée Ø20 x 30 mm, en position centrale. Vue latérale (a). Vue supérieure (b).

Pour les conditions aux limites, nous avons adopté les conditions de pression atmosphérique à l'entrée et à la sortie du domaine, et de non-glissement aux parois. L'accélération de la gravité a été appliquée dans tout le domaine de calcul. La viscosité choisie pour l'huile silicone est de 1,2 Pa.s avec une tension superficielle de 0,021 N/m. Comme condition initiale, nous avons démarré la vidange à partir du repos avec la cuve et le tube de coulée complètement remplis d'huile. Par

rapport aux schémas de discrétisation numérique, nous avons adopté la configuration utilisée dans le modèle numérique axisymétrique, Tableau 2.6.

Tableau 2.12 : Dimensions du domaine de calcul de la cuve expérimentale Ø240 mm.

| Cuve Ø240 mm              |         |
|---------------------------|---------|
| Paramètres                | Valeurs |
| Hauteur de la cuve        | 455 mm  |
| Rayon de la cuve          | 120 mm  |
| Hauteur du tube de coulée | 30 mm   |
| Rayon du tube de coulée   | 10 mm   |

Tableau 2.13 : Caractéristiques du maillage de la cuve expérimentale Ø240 mm.

| Cuve Ø240 mm             |             |
|--------------------------|-------------|
| Paramètres               | Valeurs     |
| Taille minimale          | 1 mm        |
| Taille maximale          | 6 mm        |
| Rapport d'agrandissement | 1,2         |
| Types d'éléments         | hexaédrique |
| Nombre total d'éléments  | 455814      |

Nous avons essayé six configurations de vidange, soit trois angles de contact entre l'huile et les parois de la cuve ( $0^\circ$ ,  $12^\circ$  et  $78^\circ$ ) pour les schémas de discrétisation temporelle explicite et implicite. Les configurations essayées sont présentées dans le Tableau 2.14.

Tableau 2.14 : Configuration des cas de l'étude tridimensionnelle de la vidange sans l'agitation mécanique.

| Géométrie de la cuve                                     | Discrétisation temporelle | Viscosité dynamique [Pa.s] | Tension superficielle [N/m] | Angle de contact entre huile et cuve [°] |
|--|---------------------------|----------------------------|-----------------------------|--|
| cuve Ø240 mm<br>orifice Ø20 mm<br>(en position centrale) | explicite                 | 1,2                        | 0,021                       | 0  |
|  |                           |                            |                             | 12                                       |
|  |                           |                            |                             | 78                                       |
|  | implicite                 | 1,2                        | 0,021                       | 0  |
|  |                           |                            |                             | 12                                       |
|  |                           |                            |                             | 78                                       |

Un pas de temps de  $10^{-3}$  s a été utilisé pour la formulation explicite ; et de  $10^{-2}$  s pour la formulation implicite. Ces pas de temps ont été choisis afin de respecter les critères de convergence. Les écoulements ont été résolus par calcul parallèle sur quatre processeurs Intel® Xeon(TM) 2,66 GHz. Nous avons obtenu une convergence de l'ordre de  $10^{-4}$  pour les équations de la continuité, de la quantité de mouvement et de la fraction-volumique. Tous les cas ont convergé avant le nombre de limite d'itérations par pas de temps, soit 50 itérations par pas de temps. Le nombre de Reynolds par maille est resté dans l'ordre de l'unité pour tous les cas essayés.

Le temps de résolution a été de l'ordre de six semaines pour les configurations avec le schéma explicite, en respectant la condition par rapport à la convection et à la diffusion de l'écoulement ( $Fo \leq 1$  et  $Co \leq 1$ ). Pour les cas avec le schéma implicite, le temps de résolution a été de l'ordre de quatre semaines.

Dans le Tableau 2.15, nous présentons la comparaison entre les modèles numériques axisymétrique et tridimensionnel par rapport à la technique de maillage, le schéma de discrétisation de la fraction-volumique, le pas de temps et le temps de calcul.

Tableau 2.15 : Comparaison entre les modèles numériques axisymétrique et tridimensionnel.

| Modèle numérique | Technique de maillage       | Discrétisation temporelle | Pas de temps | Temps de calcul |
|------------------|-----------------------------|---------------------------|--------------|-----------------|
| Axisymétrique    | taille de cellules uniforme | explicite                 | $10^{-3}$    | 4 – 8 semaines  |
| Tridimensionnel  | taille de cellules variable | explicite                 | $10^{-3}$    | 6 semaines      |
|                  |                             | implicite                 | $10^{-2}$    | 4 semaines      |

Il ressort de cette comparaison, que le modèle tridimensionnel avec une technique de maillage à des tailles de cellules variables et le schéma explicite présente un temps de calcul plus intéressante que les autres configurations essayées. Cela est expliquée car le schéma implicite rend possible l'utilisation d'un pas de temps plus élevé.

Dans les sections suivantes, nous présentons les études d'influence par rapport l'angle de contact entre l'huile et les parois de la cuve, et la comparaison entre le modèle numérique tridimensionnel et les essais expérimentaux. Comme pour l'étude axisymétrique de la vidange sans agitation mécanique, nous avons choisi comme paramètres d'évaluation les variations temporelles du niveau de l'huile et du débit massique lors de la vidange.

### 2.4.5.1 Etude d'influence de l'angle de contact entre l'huile et les parois de la cuve

Nous nous sommes intéressés dans cette section à l'étude de l'interaction entre l'huile et le matériau des parois latérales de la cuve (Plexiglas) et à son influence sur les résultats numériques. Notre hypothèse de départ était que les effets de l'angle de contact entre l'huile et les parois de la cuve sur le débit massique et la variation de niveau d'huile sont négligeables, car ses effets restent localisés au niveau du ménisque formé à l'interface entre l'huile et l'air.

Pour cette étude, la mesure de l'angle de contact a été réalisée par M. Roland RIVA au laboratoire LIEFT du CEA de Grenoble. L'angle de contact mesuré est de l'ordre de  $78^\circ$ . Dans la Figure 2.15, nous avons le schéma de mesure de l'angle de contact entre le couple huile/Plexiglas (a) et la visualisation de la goutte d'huile sur une plaque de Plexiglas lors de la mesure (b).

Nous avons comparé les données expérimentales avec les résultats numériques pour trois les trois valeurs d'angle de contact présentées dans le Tableau 2.14, soit  $0^\circ$ ,  $12^\circ$  et  $78^\circ$ .

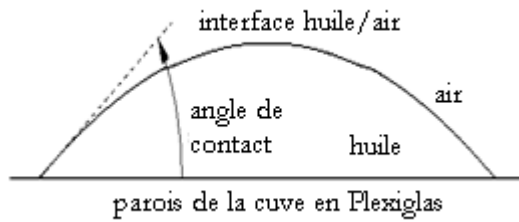


Image adaptée de « Fluent 6.3 User's Guide »

(a)

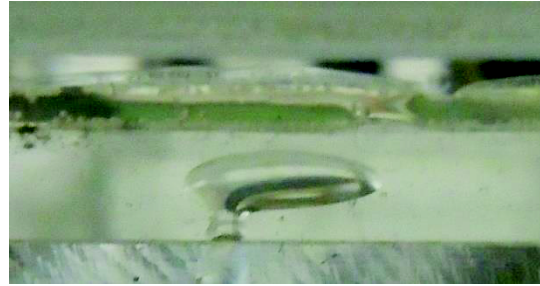


Image fournie par R. Riva  
(DEN/DM2S/STMF/LIEFT/CEA de Grenoble)

(b)

Figure 2.15 : Schéma de mesure de l'angle de contact entre le couple huile/Plexiglas (a). Visualisation d'une goutte d'huile sur une plaque de Plexiglas pour la mesure de l'angle de contact (b).

L'influence de l'angle de contact a été évaluée en regardant les suivis temporels du niveau d'huile et du débit massique. Les courbes de comparaison entre les données expérimentales et numériques sont présentées dans la Figure 2.16.

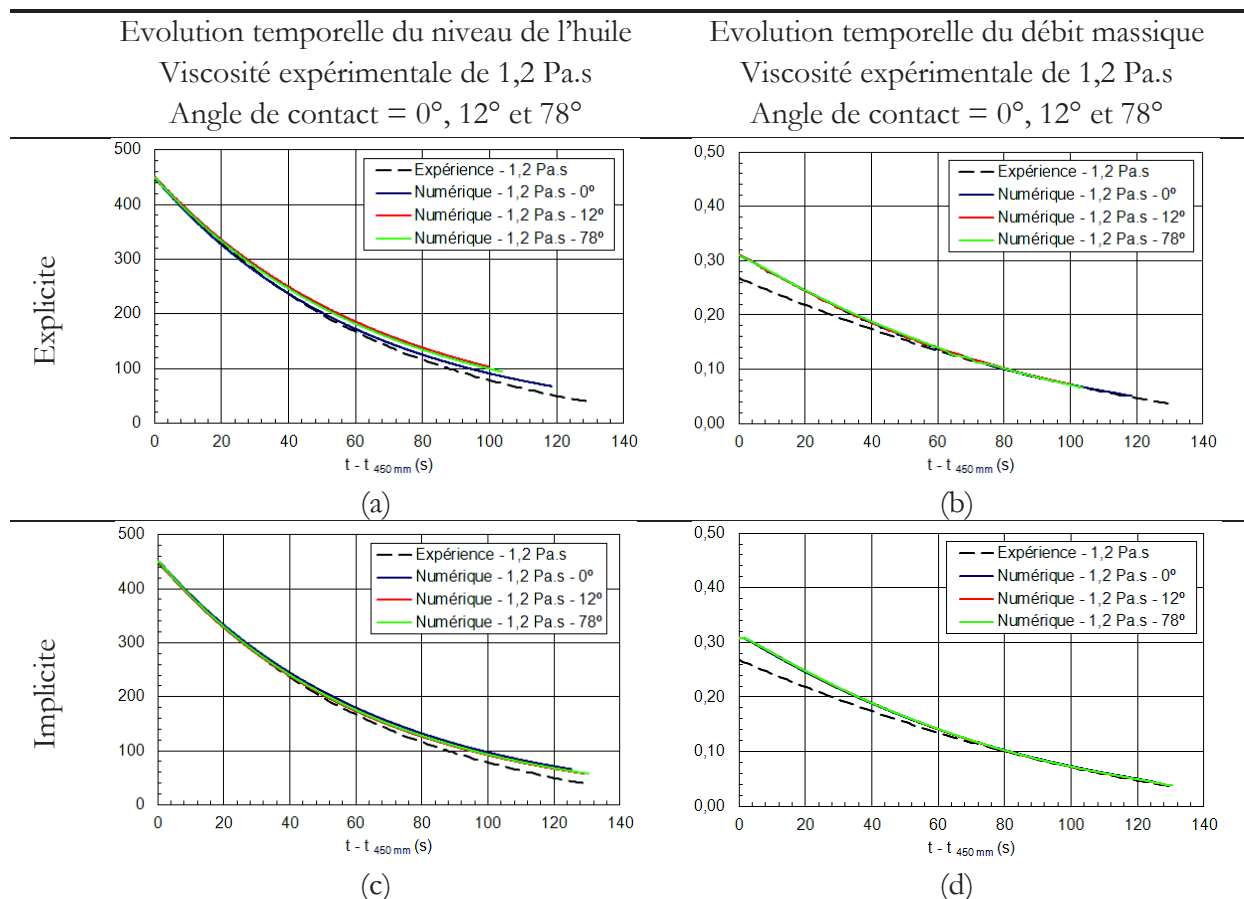


Figure 2.16 : Comparaison entre les essais expérimentaux (en noir), et les modèles numérique pour les angles de contact de 0° (en bleu), 12° (en rouge) et 78° (en vert) pour la viscosité expérimentale de 1,2 Pa.s. Echelle du niveau de l'huile en mm. Echelle du débit massique en kg/s.



Les résultats numériques pour l'évolution temporelle du niveau d'huile pour les trois valeurs d'angle de contact entre l'huile/Plexiglas n'ont pas présenté des écarts significatifs. Ce comportement a été observé pour les schémas de discrétisation temporelle explicite et implicite.

Pour le schéma explicite, les résultats obtenus pour la solution avec un angle de contact de  $12^\circ$  et de  $78^\circ$  ont présenté des écarts légèrement supérieurs à ceux obtenus pour la solution avec un angle de contact de  $0^\circ$ . Pour le schéma implicite, les trois valeurs d'angle de contact ont fourni des résultats identiques.

Par rapport au suivi temporel du débit massique, les résultats fournis pour les trois angles de contact et pour les schémas explicite et implicite sont identiques.

Il ressort de la comparaison entre les données expérimentales et résultats numériques que le suivi du niveau d'huile est plus sensible à la variation de l'angle de contact pour le schéma explicite. L'écart relatif maximal présenté par la formulation implicite et de l'ordre de 16 % pour le niveau d'huile ; et de l'ordre de 11 % pour le débit massique. Ces résultats confirment l'hypothèse initiale de que l'influence de l'angle de contact entre l'huile et les parois de la cuve sont négligeables.

Dans la section suivante, nous présentons l'étude comparative entre le modèle numérique tridimensionnelle et les essais expérimentaux.

### **2.4.5.2 Comparaison entre le numérique tridimensionnel et les essais expérimentaux**

Dans cette partie, nous comparons le modèle numérique tridimensionnel avec les essais expérimentaux. Les calculs numériques ont été réalisés en prenant un angle de contact de l'huile avec les parois latérales de la cuve égal à  $0^\circ$ . Deux schémas temporels ont été testés : le schéma explicite et le schéma implicite.

Sur la Figure 2.17, nous présentons les résultats obtenus pour une viscosité de 1,2 Pa.s. Sur ces courbes sont reportés les résultats numériques, expérimentaux et théoriques obtenus avec C corrigé en fonction de la viscosité. Les courbes d'évolution temporelle du niveau de l'huile mettent en évidence pour les deux schémas, une bonne concordance entre résultats numériques et expérimentaux. Toutefois, nous avons remarqué que le schéma explicite fournit des meilleurs résultats que le schéma implicite, Figures 2.15 (a) et (c). Les résultats numériques avec schéma explicite et théoriques sont très proches.

Les courbes d'évolution temporelle du débit massique sont identiques pour les deux schémas, Figures 2.15 (b) et (d). Le modèle numérique présente une meilleure concordance avec les essais expérimentaux que le modèle théorique.

Nous avons calculé les écarts relatifs et absolus maximums entre les résultats numériques et expérimentaux. Pour le modèle numérique ces calculs ont été réalisés à partir des résultats obtenus pour le schéma explicite. Nous avons ajouté à cette analyse les résultats du modèle numérique axisymétrique et théorique. Cette comparaison est présentée dans le Tableau 2.16.



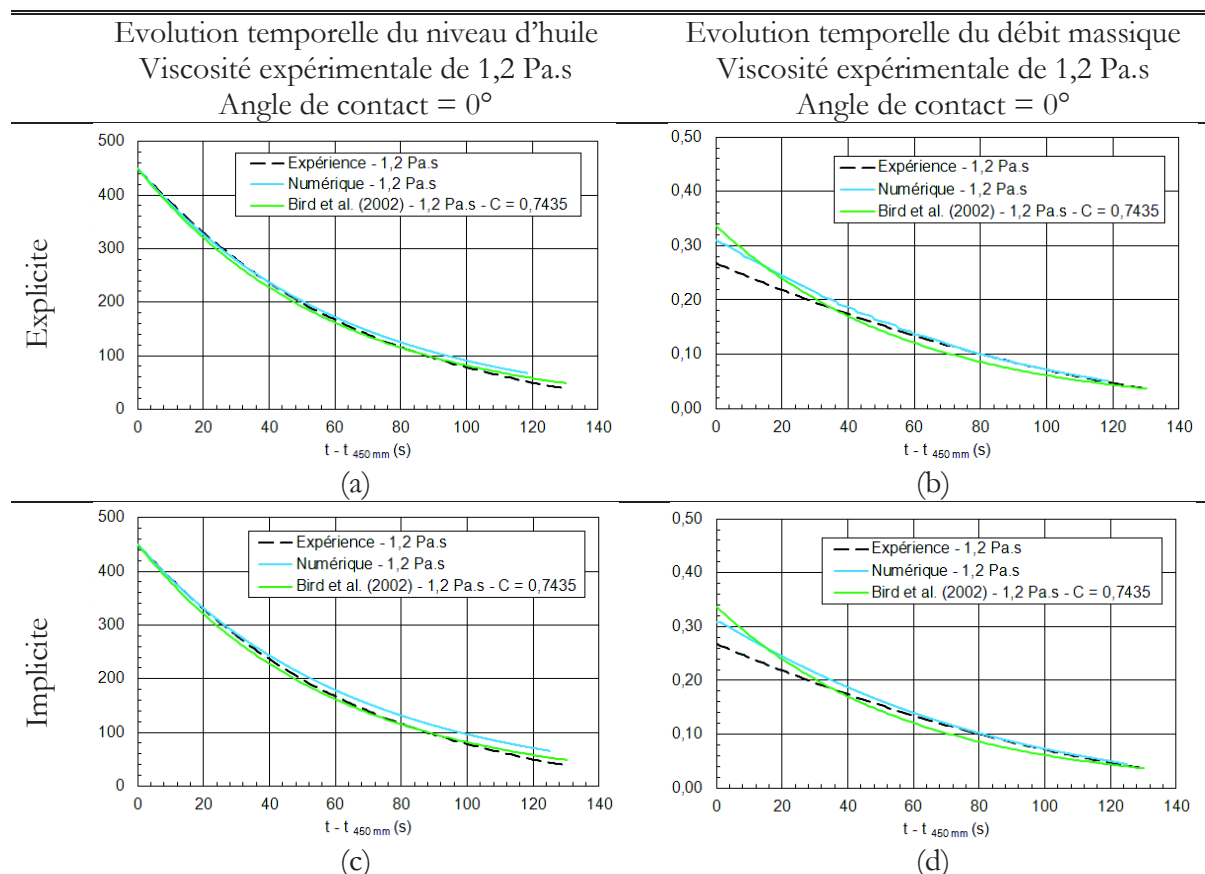


Figure 2.17 : Comparaison entre les essais expérimentaux (en noir), et les modèles numérique (en bleu) et théorique (en vert), proposé par Bird et al. (2002), avec C corrigé en fonction de la viscosité expérimentale. Echelle du niveau d'huile en mm. Echelle du débit massique en kg/s.

Pour le niveau d'huile, les écarts relatifs maximums de la solution numérique tridimensionnelle sont de l'ordre de 14 % (7 mm), pour le niveau d'huile ; et de 17 % (0,014 kg/s), pour le débit massique.

Tableau 2.16 : Ecarts relatifs et absolus maximums pour les modèles théorique, numérique 3D et numérique axisymétrique par rapport aux données expérimentales.

| Modèle        | Ecart maximal sur le niveau d'huile |             | Ecart maximal sur le débit massique |               |
|---------------|-------------------------------------|-------------|-------------------------------------|---------------|
|               | Relatif [%]                         | Absolu [mm] | Relatif [%]                         | Absolu [kg/s] |
| Numérique 3D  | 14                                  | 7           | 17                                  | 0,014         |
| Numérique Axi | 15                                  | 8           | 2                                   | 0,0008        |
| Théorique     | 25                                  | 13          | 25                                  | 0,01          |

### 2.4.5.3 Conclusion

En regardant l'ordre de grandeur des écarts sur le niveau d'huile et sur le débit massique, il ressort que le modèle tridimensionnel est capable de bien décrire l'écoulement de vidange sans agitation mécanique. Nous attribuons la différence entre les écarts des solutions numériques axisymétriques et tridimensionnelles aux différentes techniques de maillage adoptées.

Une comparaison entre les techniques de maillage uniforme et variable a montré que le modèle numérique « VOF » décrit bien l'écoulement pour une taille de maille entre 1 et 6 mm ; et que la précision des résultats augmente avec l'homogénéité de la taille des éléments du maillage.

Par rapport au temps de calcul sur machine, due à la nécessité d'avoir un maillage très fin, ces calculs demandent un temps de calculs élevés (de l'ordre de deux mois). Dans nos essais avec les formulations explicite et implicite, cette dernière s'est présentée comme une alternative à la réduction du temps de calcul sur machine. Cela est possible, car le pas de temps adopté a été limité en fonction de la formulation explicite.

Nous considérons le choix du schéma temporelle implicite et de l'angle de contact huile/Plexiglas égal à  $0^\circ$  plus intéressantes pour le modèle numérique de la vidange. Ce choix est justifié par la meilleure concordance avec les données expérimentales présentée par cette configuration.

Dans la section suivante, nous décrivons l'étude numérique de la vidange avec agitation mécanique ; et présentons les résultats de la comparaison avec les essais expérimentaux.

### 2.4.6 Etude de la vidange avec agitation mécanique

L'étude hydraulique de la vidange avec agitation mécanique a pour objectif l'étude de l'interaction entre la surface libre et l'agitateur. Pour conduire cette étude, nous travaillons sur la cuve expérimentale de  $\varnothing 650$  mm de diamètre.

Le domaine d'étude est représenté sur la Figure 2.18. Il est constitué d'un réservoir de rayon 325 mm et de hauteur 200 mm, d'une conduite de coulée de 22 mm de rayon et de 50 mm de hauteur et d'un agitateur mécanique à pales droites de section rectangulaire  $50 \times 20$  mm a une envergure de 390 mm. La conduite de coulée est localisée à 86 mm du centre de la cuve. L'axe de rotation de l'agitateur a un rayon 31,5 mm et il est incliné  $11^\circ$  par rapport à la verticale.

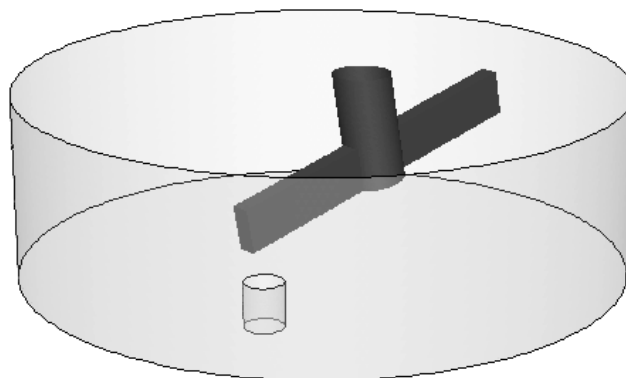


Figure 2.18 : Domaine de calcul pour l'étude hydraulique de la vidange avec agitation mécanique.

Le maillage a été réalisé en deux temps. Un premier maillage a été généré avec le logiciel Gambit®, version 2.4.6, puis modifié par le logiciel Fluent®.

Le maillage généré par le logiciel Gambit® est composé d'éléments tétraédriques Figure 2.19. Ce type d'éléments a été choisi en raison de la complexité de la géométrie, car l'inclinaison de l'agitateur mécanique ajoute un caractère asymétrique à la géométrie.

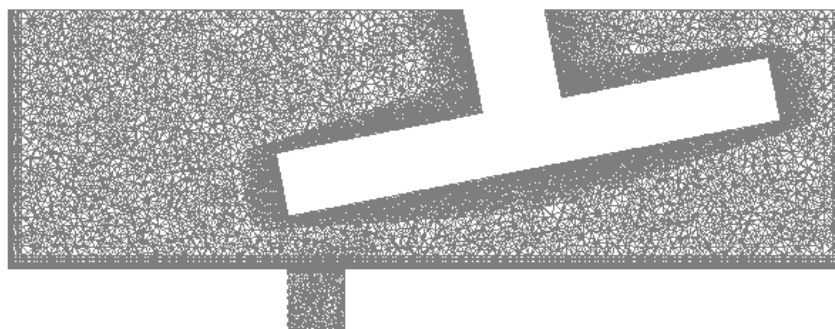


Figure 2.19 : Maillage tétraédrique de la cuve Ø650 mm.

La technique de taille de maille variable a été sélectionnée pour la discrétisation du domaine de calcul. Nous avons utilisé des tailles minimale de 1 mm et maximale de 10 mm avec un rapport d'agrandissement de 1,2. Le nombre total d'éléments du maillage de cette configuration est de l'ordre de 2 millions de cellules. La génération d'un maillage ayant des éléments de taille uniforme n'est pas envisageable car le nombre total de cellules du maillage deviendrait très élevé. Les dimensions du domaine de calcul sont présentées dans le Tableau 2.17 ; et la configuration du maillage de la cuve Ø650 mm est décrite dans le Tableau 2.18.

Tableau 2.17 : Dimensions du domaine de calcul de la cuve Ø650 mm.

| Cuve Ø650 mm               |                           |
|----------------------------|---------------------------|
| Paramètres                 | Valeurs                   |
| Hauteur de la cuve         | 200 mm                    |
| Rayon de la cuve           | 325 mm                    |
| Longueur du tube de coulée | 50 mm                     |
| Rayon du tube de coulée    | 22 mm                     |
| Position du tube de coulée | Désaxé en 86 mm du centre |

Tableau 2.18 : Configuration du maillage de la cuve Ø650 mm.

| Cuve Ø650 mm             |              |
|--------------------------|--------------|
| Paramètres               | Valeurs      |
| Taille minimale          | 1 mm         |
| Taille maximale          | 10 mm        |
| Rapport d'agrandissement | 1,2          |
| Types d'éléments         | tétraédrique |
| Nombre total d'éléments  | 2225341      |

Dans la seconde étape, le maillage à des éléments tétraédriques a été converti dans un maillage à des éléments polyédriques, Figure 2.20. Cette opération a été réalisée à l'aide du logiciel Fluent®. Le maillage final a une taille de l'ordre de l'ordre de 500 mille cellules.

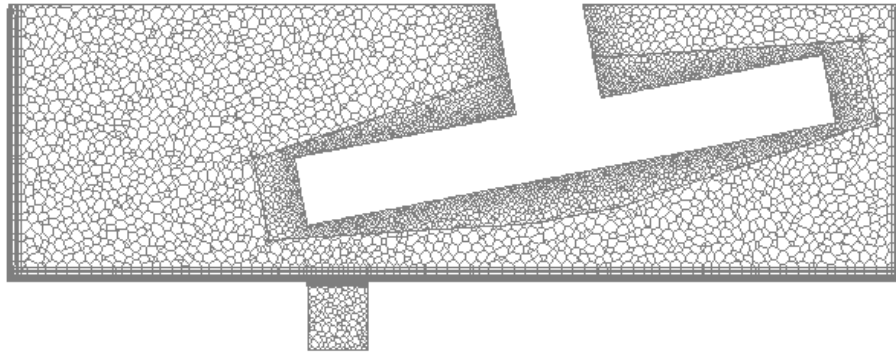


Figure 2.20 : Maillage polyédrique de la cuve Ø650 mm.

Le choix d'un maillage polyédrique apporte deux avantages à notre modèle. Le premier est la réduction de la taille finale du maillage d'un facteur de quatre. Le Tableau 2.19 présente une comparaison entre le nombre d'éléments et de nœuds pour les maillages tétraédrique et polyédrique. Le second avantage est une interface entre les phases plus régulière avec l'utilisation des éléments polyédriques.

Tableau 2.19 : Nombre d'éléments et de nœuds des maillages tétraédrique et polyédrique de la cuve Ø650 mm.

| Maillage     | Nombre d'éléments | Nombre de nœuds |
|--------------|-------------------|-----------------|
| tétraédrique | 2225341           | 484240          |
| polyédrique  | 515054            | 2397396         |

Nous avons adopté des conditions aux limites similaires à celles utilisées pour les modèles de la vidange sans agitation mécanique. A l'entrée et sortie du domaine, nous avons défini une condition de pression atmosphérique. Aux parois de la cuve, du tube de coulée et de l'agitateur mécanique, nous avons mis une condition de non-glissement. L'accélération de la gravité a été définie dans tout le domaine de calcul.

L'essai expérimental reproduit correspond à celui avec une vitesse de rotation de 60 tr/mn, dans le sens horaire, avec une huile de viscosité égale à 4,03 Pa.s et une tension superficielle de 0,021 N/m. Nous avons démarré la vidange à partir du repos avec la cuve et la conduite de coulée remplie d'huile.

Nous avons sélectionné le schéma implicite pour la discrétisation de la fraction volumique. Pour les autres schémas de discrétisation, nous avons suivi une configuration similaire à celle des modèles de la vidange sans agitation. Le Tableau 2.20 présente la sélection des schémas de discrétisation.

Nous avons adopté un pas de temps fixe de  $2 \times 10^{-4}$  s. Dans la définition du pas de temps, nous avons pris en compte le diamètre du volume tournant, la vitesse d'agitation afin de limiter le déplacement du volume tournant à une maille par pas de temps. Pour ce pas de temps, nous avons obtenu une convergence de l'ordre de  $10^{-4}$  pour toutes les équations. La convergence a été atteinte avant le nombre limite d'itérations par pas de temps, soit 50 itérations par pas de temps.

Tableau 2.20 : Schémas de discrétisation numérique adoptés dans la résolution du modèle tridimensionnel de la vidange avec agitation mécanique.

| Modèle de vidange avec agitation mécanique |                                 |
|--|---------------------------------|
| Paramètres                                 | Schémas de discrétisation       |
| Gradients                                  | Least Square Cell Based         |
| Termes temporels                           | 1 <sup>re</sup> ordre implicite |
| Termes de convection                       | QUICK                           |
| Termes de diffusion                        | 2 <sup>eme</sup> ordre centré   |
| Terme de pression                          | PRESTO                          |
| Couplage pression-vitesse                  | PISO                            |
| Fraction volumique                         | implicite                       |

Le calcul a été résolu en utilisant les ressources du Centre de Calcul Recherche Technologique (CCRT), situé dans les locaux du Grand Centre de Calcul du CEA (TGCC). Nous avons adopté une résolution en parallèle avec 32 processeurs. Le temps de calcul par processeur est de l'ordre de 48 heures pour 1 s d'écoulement résolu.

Dans la section suivante, nous présentons la comparaison entre l'essai expérimental et le modèle numérique.

#### 2.4.6.1 Comparaison entre le modèle numérique et les essais expérimentaux

Le modèle numérique de la vidange avec agitation mécanique a été validé par comparaison avec des essais expérimentaux. Nous avons adopté le débit massique comme paramètre de validation. Dans la Figure 2.21, nous présentons l'évolution temporelle pour les débits massique expérimental et numérique.

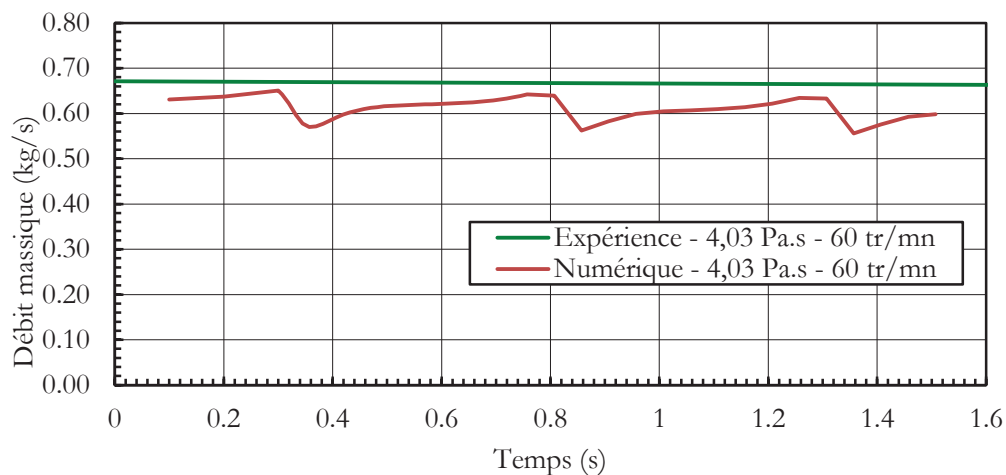


Figure 2.21 : Evolution temporelle du débit massique expérimental (en vert) et numérique (en rouge).

Le Tableau 2.21 présente les valeurs minimale et maximale pour les écarts relatif et absolu sur le débit massique numérique.

Tableau 2.21 : Ecartaux maximaux relatifs et absolus sur le débit massique.

| Paramètre      | Ecart relatif |         | Ecart absolu |            |
|----------------|---------------|---------|--------------|------------|
|                | Minimal       | Maximal | Minimal      | Maximal    |
| Débit massique | 3 %           | 16 %    | 0,024 kg/s   | 0,156 kg/s |

Nous avons trouvé une très bonne concordance entre les données expérimentales et les résultats numériques pour les instants initiaux de la vidange. Les valeurs obtenues pour les écarts relatifs variant de 3 à 16 %, ce qui correspond à écart absolu sur le débit variant de 0,024 à 0,156 kg/s.

Le débit massique a été exporté du calcul numérique toutes les 0,04 s. Ceci permet la visualisation de l'influence du passage de l'agitateur mécanique sur l'ouverture de la conduite de coulée. Cet effet n'est pas visible sur la courbe expérimentale, car le débit massique est mesuré par l'enregistrement de la masse vidangée à chaque 1 s.

Nous avons analysé les champs de vitesse à l'interface entre huile/air et sur le plan central de la géométrie ( $y = 0$ ). A la surface libre d'huile, Figure 2.22, à  $t = 1,75$  s, nous avons déjà une vitesse maximale d'environ 0,55 m/s et des zones avec des vitesses de l'ordre de 0,3 m/s. La formation de vagues par l'effet du brassage mécanique a été observée. Celles-ci sont observées sur la Figure 2.23, où nous avons la visualisation de la fraction volumique d'huile.

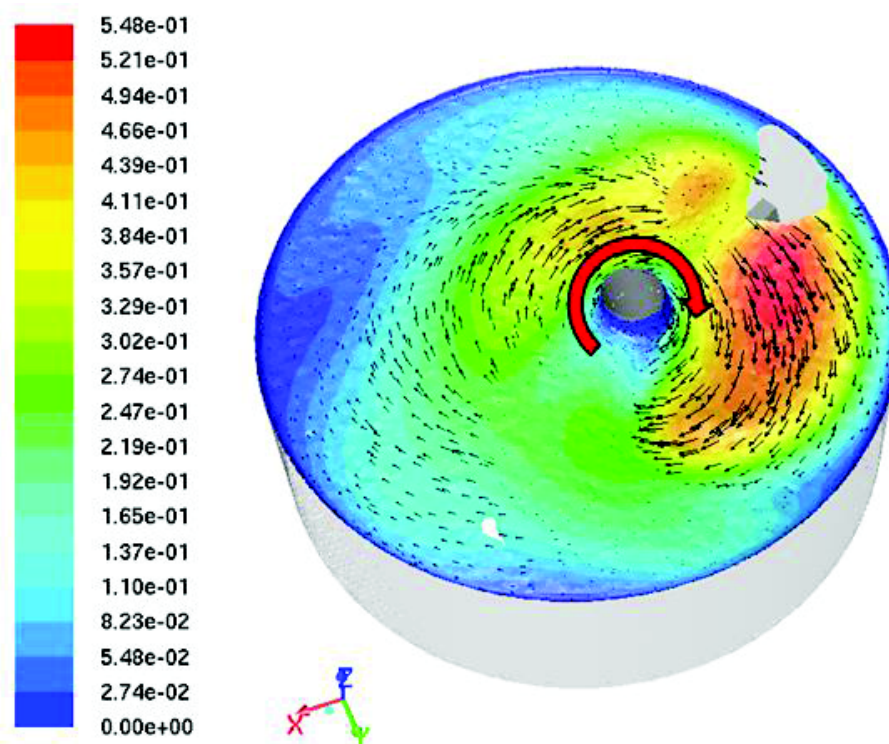


Figure 2.22 : Champ de vitesse à l'interface huile/air pour  $t = 1,75$  s. Visualisation des contours de vitesse avec superposition des vecteurs de vitesse. Le sens de rotation « horaire » de l'agitateur mécanique est indiqué par la flèche rouge.

Dans le côté droit de la Figure 2.22, la vague formée par le brassage mécanique a touché la limite supérieure du domaine de calcul.



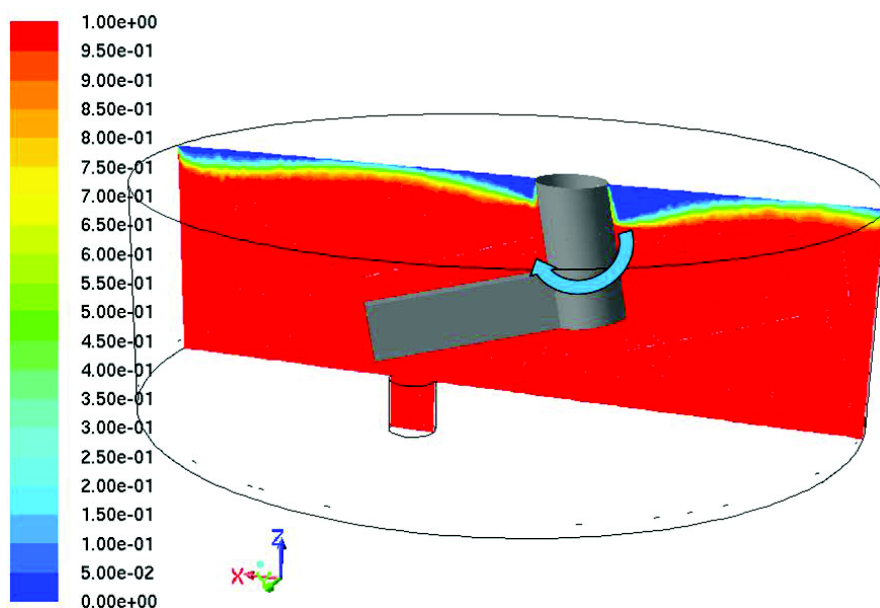


Figure 2.23 : Visualisation de la déformation de la surface libre par le brassage mécanique ( $t = 1,75$  s). Le sens de rotation « horaire » de l'agitateur mécanique est indiqué par la flèche bleue.

La visualisation de l'écoulement sur le plan central de la cuve ( $y = 0$ ), Figure 2.24, montre des zones de recirculation dans les zones de passage des pales de l'agitateur. Dans ces zones, la vitesse de l'écoulement est de l'ordre de 0,5 m/s. Dans la conduite de coulée, nous avons un ordre de grandeur maximal de 0,7 m/s.

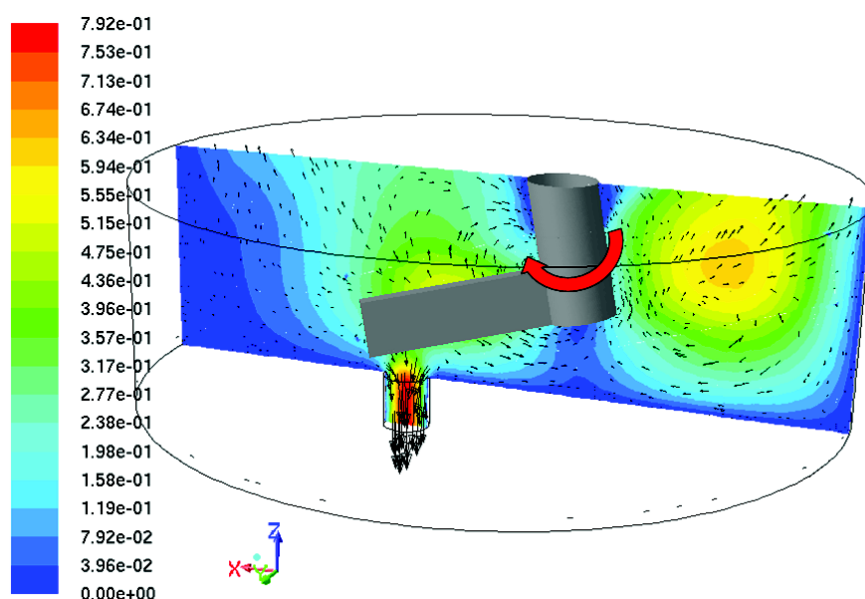


Figure 2.24 : Champ de vitesse sur le plan central de la cuve ( $y=0$ ) pour  $t = 1,75$  s. Visualisation des contours de vitesse avec superposition des vecteurs de vitesse. Le sens de rotation « horaire » de l'agitateur mécanique est indiqué par la flèche rouge.

Dans le côté droit de la Figure 2.24, nous observons la coexistence de deux topologies d'écoulement originaires du brassage mécanique. Dans la moitié supérieure du domaine, nous avons la formation d'une vague par le déplacement de masse vers la surface libre du fluide ; et dans la moitié inférieure du domaine, une recirculation de l'écoulement.

### 2.4.6.2 Conclusion

Comme attendu, nous avons remarqué une augmentation du temps de calcul par rapport au modèle sans agitation. Cela est dû à la prise en compte de l'agitation mécanique dans l'écoulement diphasique et à la nécessité de raffiner le maillage au niveau de la pale pour obtenir des résultats satisfaisants.

Le modèle numérique de la vidange avec agitation a été comparé aux données expérimentales. Nous avons défini une plage de validité des résultats numériques. Pour le débit massique, les écarts entre le modèle et l'expérience sont restés limités à 16 %. Le modèle est capable de reproduire avec fidélité la déformation de la surface libre par le brassage mécanique. Compte tenu de ces résultats nous considérons le modèle de la vidange avec agitation mécanique satisfaisant.

## 2.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté des modèles théoriques et numériques pour la vidange des réservoirs. Des configurations avec et sans brassage mécanique ont été étudiées. Nous avons utilisé des fluides très visqueux pour cette étude

Les modèles ont été comparés avec des données expérimentales. Les modèles développés sont capables de reproduire avec un bon niveau de concordance l'écoulement visualisé lors des expériences. Les écarts entre les résultats numériques et expérimentaux sont considérés acceptables. Ainsi, nous pouvons considérer que les modèles mis en œuvre permettent de modéliser de manière satisfaisante la vidange d'une cuve d'un fluide de grande viscosité avec et sans agitation mécanique.

Dans le chapitre suivant, nous présentons la modélisation de la vidange d'un four chauffé par induction sans agitation mécanique.



# 3 Etude de la vidange d'un bain de verre sans agitation mécanique

## 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le modèle numérique de la vidange d'un four chauffé par induction sans l'agitation mécanique. Ce modèle prend en compte les phénomènes électromagnétique, thermique, hydrodynamique et le couplage entre ceux-ci. Cette étude a été réalisée en utilisant le modèle hydrodynamique de la vidange d'un fluide de haute viscosité validé dans le chapitre 2. Dans cette partie, le fluide de travail est le verre. La forte dépendance de ces propriétés physiques avec la température est modélisée.

Notre objectif est l'étude de l'écoulement du verre fondu lors de la vidange, de l'évolution temporelle du champ de température et de la distribution de la densité de puissance Joule. Nous considérons les effets de la variation de la surface libre du verre sur le champ thermique, sur la distribution de la puissance Joule.

Dans la littérature scientifique, nous trouvons quelques travaux de modélisation d'écoulements multiphasiques dans des fours chauffés par induction. Spitans et al. (2013) ont réalisé une étude sur la déformation de la surface. Ils ont réalisé des modélisations bidimensionnelles et tridimensionnelles d'une charge d'aluminium fondu. La résolution de déformation de la surface libre de la charge a été réalisée par le modèle numérique « VOF ». Leur étude a été réalisée pour un écoulement en régime turbulent avec un nombre de Reynolds magnétique faible. Peşteanu et Baake (2011) ont réalisé des travaux similaires sur la déformation de la surface libre d'une charge de métal fondu sur l'effet d'un champ électromagnétique. Ils ont développé un algorithme basé sur la méthode numérique « VOF » pour modéliser l'interface.

Chang et al. (2005) ont réalisé un travail de modélisation d'un procédé d'élaboration de verre avec l'objectif d'évaluer la pureté de celui-ci et la performance du four étudié. Pour cela, ils ont développé un code numérique basé dans une description Eulérienne de l'écoulement multiphasique. Leur modèle numérique prend en compte toutes les phases présentes dans le procédé de fusion du verre (les particules solides, les bulles de gaz, le verre fondu...). Les auteurs considèrent le chauffage et la fusion de la charge, la formation et le transport de bulles, et le chauffage et brassage du verre fondu.

Les travaux de modélisation présentés ci-dessous étudient la déformation de la surface libre sous l'effet d'un champ magnétique. En revanche, ils n'étudient pas la vidange de leurs fours.

Le modèle simplifié présenté par Sun et al. (2012) traite du drainage d'un four chauffé par induction en regardant uniquement les effets hydrodynamiques. Pour cela, ils ont adapté un modèle basé sur la description Lagrangienne de l'écoulement, le « Moving Particle Semi-Implicit – MPS », pour la résolution des écoulements de haute viscosité.

Dans les paragraphes suivants nous présentons, tout d'abord, les modèles électromagnétique, thermique et hydrodynamique utilisés dans la modélisation de la vidange du four. Dans un

second temps nous explicitons la modélisation du couplage électromagnétique et thermo-hydrodynamique et décrivons les résultats obtenus.

## 3.2 Modélisation électromagnétique

La modélisation électromagnétique a été réalisée à l'aide du code commercial en éléments finis Flux®, développé par Cedrat. Il résout les équations de l'induction en utilisant les formulations T-Ω, A-V et en impédance de surface. La configuration étudiée, ici, est constituée d'un inducteur et d'une charge de verre. L'inducteur est parcouru par un courant sinusoïdal à une fréquence 280 kHz. La densité de courant est imposée dans l'inducteur. Dans le verre, l'épaisseur de peau électromagnétique est supérieure à 300 mm, ce qui correspond à un cas de grande épaisseur de peau. Ainsi, parmi les formulations du logiciel Flux®, nous choisissons la formulation A-V. De plus cette formulation est bien adaptée aux fortes variations de conductivité électrique en fonction de la température comme l'a montré Sauvage (2009).

La formulation A-V est composée de deux équations. La première est obtenue par la combinaison entre la loi d'Ampère (1.4), la loi d'Ohm pour des milieux conducteurs immobiles (1.5) et l'équation du champ électrique  $\vec{E}$  en fonction du potentiel scalaire électrique  $V$  et du potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  (1.6).

$$\vec{\nabla} \times \left( \frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{A} \right) + \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} V \right) = \vec{0} \quad (3.1)$$

La deuxième équation est obtenue directement de la loi d'Ampère (1.4).

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \sigma \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{\nabla} V \right) \right) = \vec{0} \quad (3.2)$$

## 3.3 Modèle thermo-hydraulique sans agitation mécanique

Le modèle thermo-hydraulique, présenté dans ce chapitre, utilise les équations de la continuité (1.15), de Navier-Stokes (1.16) et de l'énergie (1.17) pour décrire l'écoulement de la vidange du four. Ces équations considèrent le verre comme un fluide faiblement compressible selon l'hypothèse de Boussinesq.

Le bain de verre fondu est caractérisé par la présence des instabilités thermoconvectives. Ces instabilités, qui se développent en surface libre du bain, ont été mises en évidence dans des expériences, Figure 3.1(a), et numériquement par Sauvage (2009). Nous avons aussi l'influence des éléments intrusifs sur la distribution thermique du verre en fusion, Figure 3.1(b).

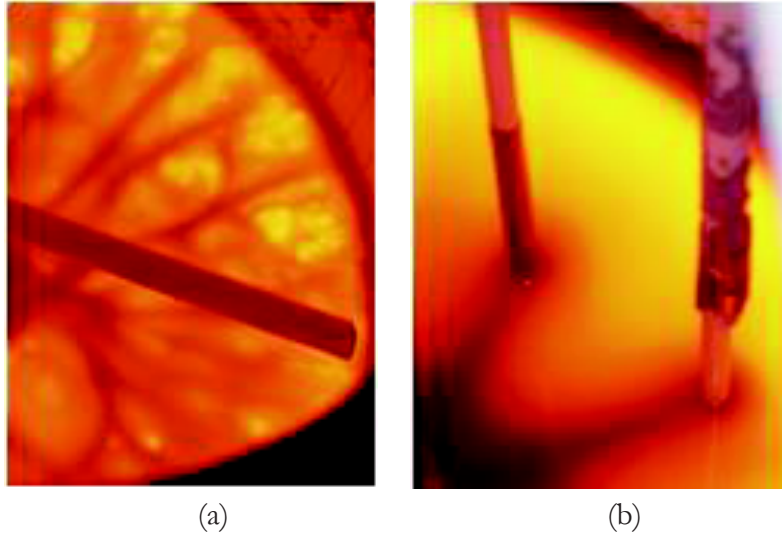


Figure 3.1 : Visualisation du bain de verre dans le pilote de vitrification Erebus au CEA de Marcoule. En détail, les instabilités thermoconvectives en surface libre du bain de verre en fusion (a) et influence d'éléments intrusifs sur la distribution du champ de température dans le bain de verre (b).

Nous pouvons aussi distinguer trois zones thermiques dans le volume de verre, Figure 3.2 : l'autocreuset, la thermoconvection dans le cœur du bain de verre et la couche thermoconvective proche de l'interface entre le verre/air.

En considérant ces trois zones thermiques, nous pouvons étudier et caractériser l'écoulement thermo-hydraulique dans le bain de verre. Les conclusions de cette étude seront utilisées dans nos modèles de la vidange du four. Pour cela, nous avons pris comme cas d'étude le bain de verre sans agitation mécanique et sans aucune vidange.

### 3.3.1 Bain de verre non agité et sans vidange

En regardant les propriétés physiques du verre (voir chapitre 1), nous savons que la viscosité du verre varie de  $10^{14}$  Pa.s (500 K), proche aux parois du four, à 1 Pa.s (1500 K), au cœur du bain de verre.

Nous avons d'abord défini le nombre de Reynolds pour l'écoulement. En tenant en compte de la présence des forces d'inertie, d'Archimède et visqueuses dans le bain de verre, nous avons obtenu une estimation du nombre de Reynolds en utilisant la relation ci-dessous :

$$Re = \sqrt{\frac{g \beta \Delta T D^3}{\nu^2}} \quad (3.3)$$

En considérant un four de diamètre  $D$  de l'ordre de 0,2 m (diamètre de la cuve pour les essais de similitude hydraulique), nous avons un nombre de Reynolds de l'ordre de 0,013 pour la région proche aux parois du four ; cette valeur caractérise un écoulement laminaire avec prédominance des forces visqueuses sur les forces d'inertie. Au cœur du bain de verre, nous avons la situation inverse : le nombre de Reynolds est d'environ 130, soit un écoulement laminaire contrôlé par les forces d'inertie.

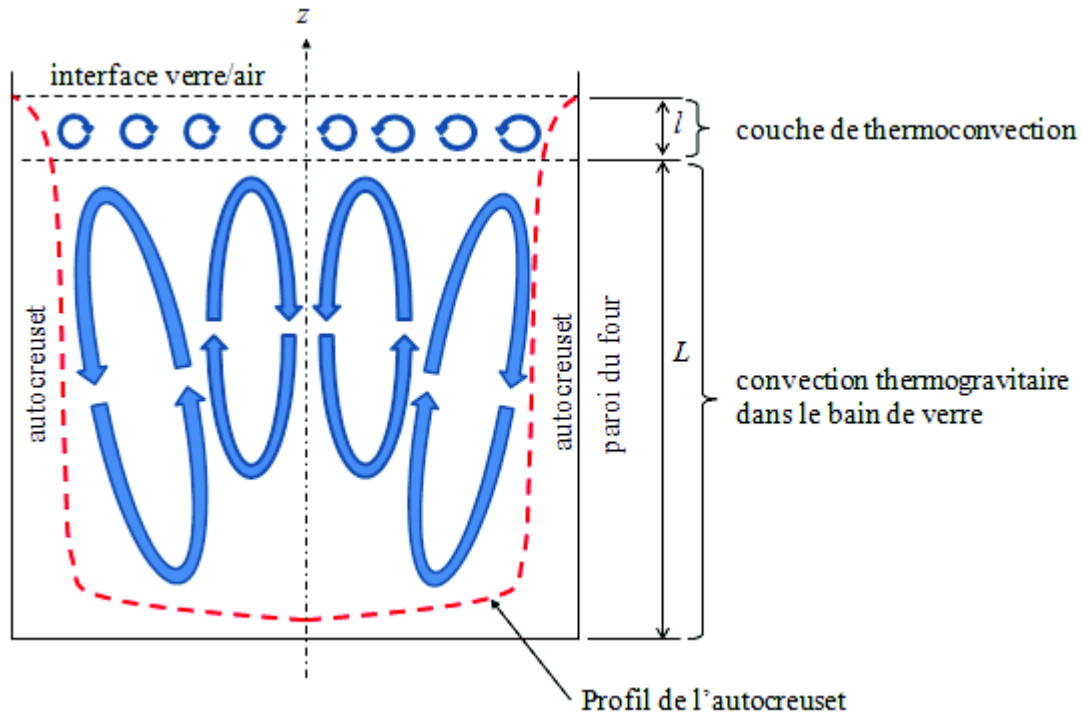


Figure 3.2 : Schéma des phénomènes de thermoconvection développés dans le bain de verre fondu (en bleu). En détail, la couche de thermoconvection proche à l'interface verre/air, la thermoconvection au cœur du bain de verre et le profil de l'autocreuset (en rouge).

A partir des ordres de grandeurs obtenues pour le nombre de Reynolds, nous avons choisi de concentrer l'étude à l'écoulement développé au cœur du bain de verre ( $Re \approx 130$ ). Pour cette région, nous avons un transfert de chaleur laminaire et stationnaire ( $Pr \approx 100$  et  $Ra \approx 10^5$ ). Des considérations sur la couche proche à la surface libre seront présentées ci-après.

L'évaluation de l'importance entre les forces d'Archimède et visqueuses a été réalisée à l'aide du nombre de Grashof. Celui-ci a été calculé à partir de la suivante relation :

$$Gr = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu^2} \quad (3.4)$$

En écrivant cette relation en fonction du nombre de Reynolds, nous avons :

$$Gr = Re^2 \quad (3.5)$$

Le nombre de Grashof obtenu pour le cœur du bain de verre est de l'ordre de  $10^4$ , ce qui signifie que les forces d'Archimède sont plus importantes que les forces visqueuses. Cela veut dire que nous sommes dans le cas où les forces d'inertie sont équilibrées par les forces d'Archimède (Bianchi (2004)).

Dans la couche thermoconvective proche à la surface libre, nous avons un équilibre entre les forces visqueuses et d'Archimède (Sauvage (2009)). Du fait de l'existence d'un gradient de température de l'ordre de 1000 K, nous avons aussi la mise en place de l'effet Marangoni. L'évaluation de l'importance entre les forces d'Archimède et thermocapillaires a été réalisée à

l'aide du nombre de Bond. Ce nombre adimensionnel est défini comme le rapport entre les forces d'Archimède et de la tension superficielle.

$$Bo = \frac{g \Delta \rho L^2}{\sigma} \quad (3.6)$$

Pour réaliser cette analyse, le nombre de Bond a été adapté avec l'hypothèse de Boussinesq, en considérant le couplage entre les gradients de température et de la masse volumique, à partir de la relation ci-dessous :

$$\Delta \rho \approx \rho \beta \Delta T \quad (3.7)$$

Le nombre de Bond, modifié selon l'approximation de Boussinesq, pour l'échelle de la longueur de la couche de thermoconvection,  $l$ , s'écrit :

$$Bo_l = \frac{\rho g \beta \Delta T l^2}{\sigma} \quad (3.8)$$

En considérant que l'ordre de grandeur pour la couche de thermoconvection,  $l$ , peut être obtenu à partir du temps de diffusion visqueux,  $L^2/\nu$ , et de la diffusivité thermique du verre,  $\alpha$ , en utilisant la relation ci-dessous :

$$l \approx \sqrt{\left(\frac{L^2}{\nu}\right) \alpha} \quad (3.9)$$

Pour un temps de diffusion visqueux d'environ 100 s, nous avons une épaisseur de l'ordre de 0,02 m et un nombre de Bond de l'ordre de l'unité. Cette valeur pour le nombre de Bond modifié indique que la tension superficielle n'est pas négligeable dans notre problème, car les forces thermocapillaires sont aussi importantes que les forces d'Archimède et visqueuses.

En regardant l'ensemble des résultats de l'étude sur la thermoconvection dans le bain de verre, Tableau 3.1, nous pouvons lister les hypothèses suivantes pour la mise en place de la modélisation de la vidange du four :

- le bain de verre peut être considéré comme un écoulement en régime laminaire,
- au cœur du bain, nous avons un équilibre entre les forces d'Archimède,
- dans l'autocreuset, nous avons un équilibre entre les forces d'Archimède et visqueuses,
- dans la couche thermoconvective proche à l'interface verre/air, nous avons un équilibre entre les forces visqueuses, d'Archimède et thermocapillaires (effet Marangoni).

Tableau 3.1 : Les ordres de grandeurs des nombres adimensionnels de l'étude des phénomènes thermo-hydrauliques dans le bain de verre fondu.

| Nombre adimensionnel          | Volume concerné               | Ordre de grandeur |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------|
| Reynolds                      | cœur du bain de verre         | 130               |
| Reynolds                      | autocreuset                   | 0,013             |
| Rayleigh                      | cœur du bain de verre         | $10^5$            |
| Prandtl                       | cœur du bain de verre         | 100               |
| Grashof                       | couche de verre à l'interface | $10^4$            |
| Bond (corrigé par Boussinesq) | couche de verre à l'interface | 1                 |

### 3.3.2 Bain de verre non agité avec vidange

Le temps caractéristique et le nombre de Reynolds, pour l'écoulement de la vidange du four, peuvent être déterminés à partir du débit massique pour des essais réalisés avec le verre « UOx2 ». Dans ces essais deux débits massiques sont successivement imposés. Les valeurs calculées pour le temps caractéristique et le nombre de Reynolds sont présentées dans le

Tableau 3.2.

Tableau 3.2 : Les ordres de grandeur pour le temps caractéristique de vidange du four et le nombre de Reynolds.

| Phase de la coulée | Débit massique expérimental<br>[kg/s] | Temps caractéristique de vidange<br>[s] | Nombre de Reynolds |
|--------------------|---------------------------------------|---|--------------------|
| Début de la coulée | 0,28                                  | 500                                     | 530                |
| Fin de la coulée   | 0,08                                  | 1800                                    | 150                |

Pour des valeurs de débit massique expérimental 0,28 kg/s, soit 1000 kg/h, (début de la coulée) et 0,08 kg/s, soit 300 kg/h (fin de coulée) ; nous avons des temps caractéristique de vidange de l'ordre de 500 s à 1800 s. Le calcul du nombre de Reynolds, nous donne les valeurs de 530 pour le débit massique de 0,28 kg/s ; et 150 pour le débit massique de 0,08 kg/s.

Les ordres de grandeur obtenus pour le nombre de Reynolds renforcent l'hypothèse initiale de modélisation, où nous avons considéré que l'écoulement de la vidange du four est en régime laminaire.

La prise en compte du drainage du four dans le modèle thermo-électromagnétique développé par Sauvage (2009) sera décrite dans la section suivante.

## 3.4 Couplage thermo-électromagnétique sans agitation mécanique

La principale difficulté rencontrée lors de l'implémentation du drainage du four, dans l'algorithme de couplage thermo-électromagnétique, est la prise en compte de l'évolution temporelle de l'interface verre/air du calcul thermo-hydraulique dans le calcul électromagnétique.

Afin de résoudre cette contrainte, nous avons identifié deux solutions possibles. La première solution assez directe, consiste à modifier le domaine du verre dans le calcul électromagnétique afin de prendre en compte l'évolution temporelle de l'interface verre/air. La deuxième solution, est une méthode indirecte qui consiste à introduire l'évolution de la surface libre dans le modèle de la conductivité électrique du verre.

Malgré l'avantage de rendre possible un suivi très précis de la variation du niveau de la charge de verre, la première technique présente comme désavantage la nécessité de modifier le domaine de calcul électromagnétique pendant le couplage. Cette contrainte porte un caractère rédhibitoire, car l'altération du domaine électromagnétique a comme conséquence une série de modifications dans les fichiers de base de l'algorithme de couplage. Ces modifications ont comme effet final une augmentation considérable des temps de calcul, ce qui n'est pas envisageable.

En revanche, la seconde solution permet l'utilisation d'un seul maillage électromagnétique au cours de toute la description de la vidange, car le suivi du niveau de la charge de verre est réalisé à l'aide d'une variable nommée fraction volumique, qui est directement incorporée à l'équation de la conductivité électrique du verre. La fraction volumique est un paramètre du modèle numérique «VOF», qui détermine le taux de concentration de chaque phase de l'écoulement dans le domaine de calcul.

Cette technique de suivi de l'interface verre/air est aussi précise que la qualité du maillage du problème thermo-hydraulique. Cette flexibilité rend possible un travail d'optimisation afin d'obtenir le meilleur rapport entre la précision du suivi de la surface libre et le temps de calcul. L'ensemble de ces caractéristiques fait de la deuxième technique une solution envisageable pour le suivi de la surface libre du verre dans le code électromagnétique.

L'algorithme de couplage thermo-électromagnétique a été modifié afin d'utiliser le modèle numérique de la vidange, présenté dans le chapitre 2. Ce nouvel algorithme de couplage est composé de deux étapes : une étape d'initialisation et une de résolution de la vidange.

#### **3.4.1 Initialisation du calcul de vidange**

L'objectif de cette étude est de modéliser la vidange d'une cuve de verre fondu sans brassage mécanique. Dans ce contexte si nous effectuons une modélisation de la cuve de verre chauffé par induction sans brassage mécanique, seule la thermoconvection est la source de mouvement. Les vitesses d'un tel écoulement sont de l'ordre de 0,2 m/s. Le champ de température en présence de la thermoconvection n'est pas suffisamment homogène et ne correspond pas aux conditions expérimentales de Marcoule. Pour avoir un champ de température le plus proche possible des conditions expérimentales, nous modélisons un flux de verre fondu dans le four chauffé par induction en alimentation continue, Figure 3.3.

L'objectif de l'étape d'initialisation est de fournir les conditions initiales thermo-hydrauliques et électromagnétiques nécessaires au démarrage de l'étape de résolution du drainage du four. Nous initialisons le calcul de la vidange à partir d'un cas de calcul d'un bain de verre homogénéisé thermiquement. Nous avons défini comme critère d'homogénéisation thermique la stabilisation de la température dans le bain de verre.



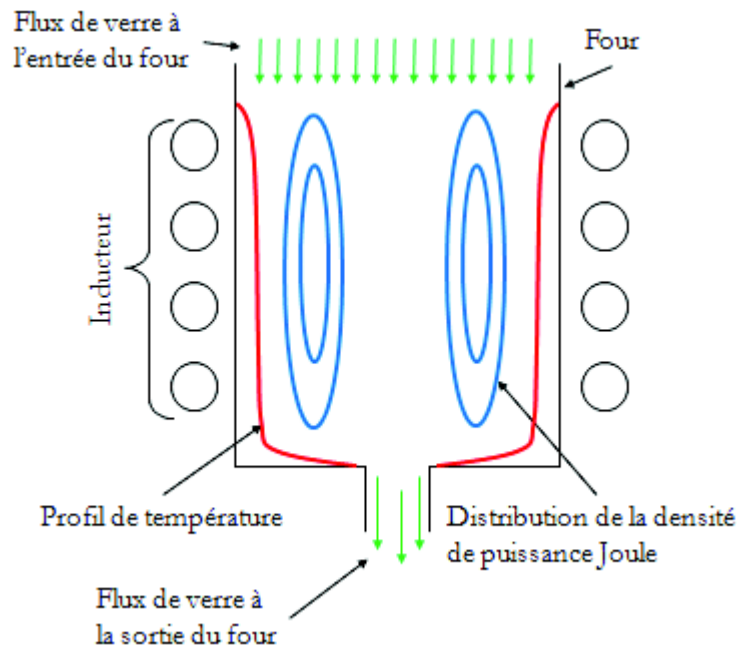


Figure 3.3 : Schéma du cas d'initialisation de la vidange du four chauffé par induction sans agitation mécanique.

La méthodologie de résolution adoptée a été de partager le module en deux sous-modules : un pour le calcul thermo-hydraulique et un autre pour le calcul électromagnétique, Figure 3.4.

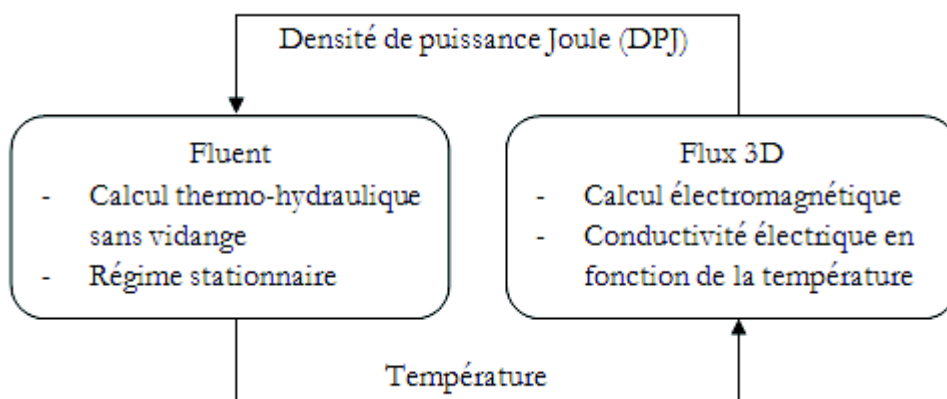


Figure 3.4 : Schéma du couplage entre les sous-modules thermo-hydraulique et électromagnétique dans la phase d'initialisation de la vidange du four sans brassage mécanique.

Pour le calcul thermo-hydraulique, nous modélisons un écoulement en régime stationnaire. A partir de ce calcul, nous obtenons une carte de température. Pour le calcul électromagnétique, nous réalisons le calcul du champ électromagnétique dans la charge de verre, en utilisant une loi pour la conductivité électrique du verre dépendante de la température. Ce calcul permet de fournir la densité moyenne de puissance Joule, notée « DPJ », qui sera utilisée comme source de chaleur dans le calcul thermo-hydraulique.

L'algorithme de couplage a été développé de telle façon que le couplage peut être démarré soit par le code thermique, soit par le code électromagnétique. Comme exemple, nous présentons ci-dessous, nous présentons un couplage initialisé par le code électromagnétique.



Dans le sens de couplage Flux 3D vers Fluent, le logiciel Flux 3D interpole la densité de puissance Joule sur les centres des cellules du maillage thermo-hydraulique. Ensuite, cette variable est envoyée au logiciel Fluent.

Dans le sens inverse (Fluent vers Flux 3D), le logiciel Fluent fait une interpolation à l'ordre 1 de la température sur les coordonnées des nœuds du maillage électromagnétique. Ensuite, la température est transférée au logiciel Flux 3D pour être utilisée dans le calcul de la conductivité thermique du verre.

Nous considérons le cas d'initialisation comme résolu lorsque la puissance Joule converge et la température du bain de verre est homogène. A partir de ce calcul, nous obtenons les conditions initiales pour le calcul thermo-hydraulique de la vidange. Celles-ci sont les cartes de température, pression et de vitesse. Ce calcul permet de fournir la densité moyenne de puissance Joule, notée « DPJ », qui sera utilisée comme source de chaleur au démarrage du calcul thermo-hydraulique, dans la phase de vidange de l'algorithme de couplage

### 3.4.2 Résolution de la vidange du four

Dans cette deuxième étape, nous modélisons la vidange du four chauffé par induction, Figure 3.5. Nous avons adopté une méthodologie similaire à celle utilisée dans la phase d'initialisation. Nous générons un sous module thermo-hydraulique et un électromagnétique, Figure 3.6.

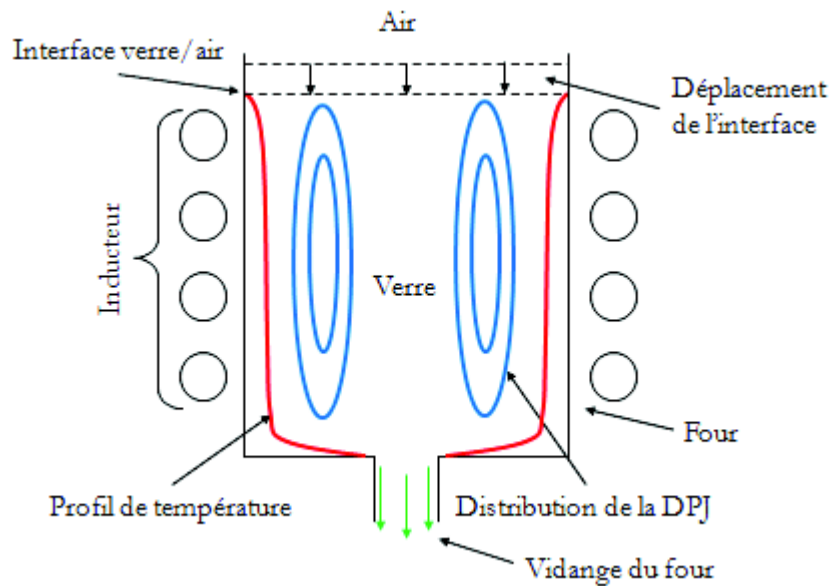


Figure 3.5 : Schéma de la vidange du four chauffé par induction, en considérant l'écoulement diphasique et le suivi de l'interface verre/air [phase 1 : air ; phase 2 : verre].

Le calcul thermo-hydraulique résout la vidange du four, en considérant celui-ci un écoulement diphasique (verre/air), en régime instationnaire. L'écoulement diphasique est résolu par le modèle numérique « VOF ». Le sous-module électromagnétique calcule le champ magnétique induit dans la charge de verre, en considérant la conductivité électrique comme une fonction de la température et de la fraction volumique du verre. Dans notre configuration, nous avons considéré l'air comme la phase primaire et le verre comme la phase secondaire.

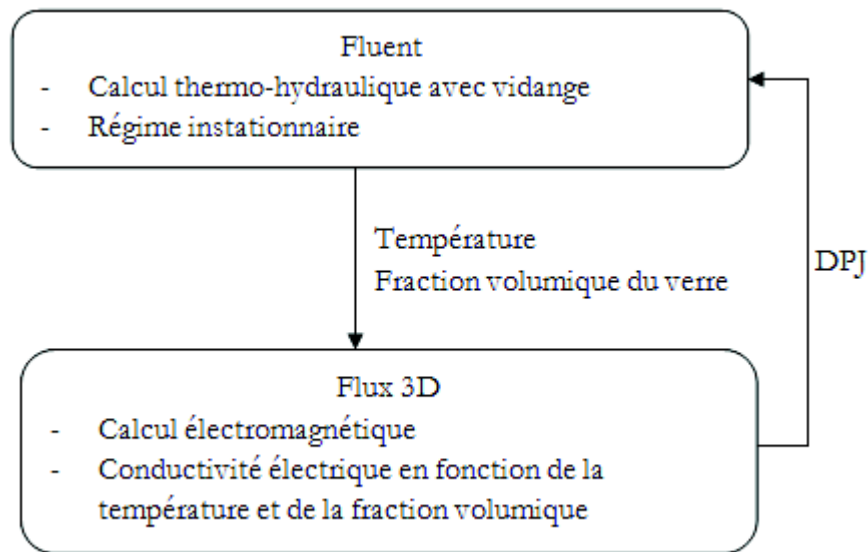


Figure 3.6 : Schéma du couplage entre les sous-modules thermique et électromagnétique dans la phase de résolution de la vidange du four sans brassage mécanique.

Les maillages utilisés dans les modèles thermo-hydraulique et électromagnétique sont les mêmes pour les phases d'initialisation et de résolution de la vidange. En conséquence, à la fin de la phase d'initialisation, seule la densité de puissance Joule est interpolée sur les centres des cellules du maillage thermique, avant d'être transférée au cas thermo-hydraulique instationnaire. Les autres conditions initiales (température, pression et vitesse) sont tout simplement transférées au calcul thermo-hydraulique instationnaire.

La technique de couplage entre les phénomènes thermodynamique et électromagnétique, lors du drainage du four, présente quelques différences par rapport à l'étape d'initialisation. Ces différences résultent de la prise en compte de la fraction du volumique du verre et de la définition d'un intervalle de couplage.

La fraction volumique du verre est interpolée sur les nœuds de calcul du maillage électromagnétique par le code thermique. Ensuite, cette variable est envoyée vers le code électromagnétique, où elle est utilisée comme une variable dans la formulation de la conductivité électrique du verre.

Le couplage entre les deux solutions est réalisé à mesure que le niveau de la surface libre varie. La fréquence de couplage entre les deux modules doit être suffisamment grande afin d'avoir une bonne cohérence entre la « phase verre » du modèle électromagnétique et du modèle thermo-hydraulique. Nous serons ainsi, sur de limiter l'injection de la densité de puissance Joule à la phase de verre (phase 2).

La température du bain de verre est limitée, de façon indirecte, en maintenant la densité moyenne de la puissance Joule constante tout au long du drainage du four. Ce contrôle est réalisé en normalisant la puissance Joule initiale à partir du rapport entre la charge de verre et la charge initiale, comme décrit par les relations ci-dessous :

$$DPJ_0 = \frac{PJ_0}{V_0} \quad (3.10)$$

$$DPJ_n = \frac{PJ_n}{V_n} \quad (3.11)$$

$$PJ_n = \frac{V_n}{V_0} PJ_0 \quad (3.12)$$

$$DPJ_n = DPJ_0 \quad (3.13)$$

avec

$n$  = la nième itération du couplage,

$V_0$  = volume initial de la charge de verre dans le four,

$V_n$  = volume de la charge dans le four à l'itération  $n$  du couplage,

$PJ_0$  = la puissance Joule initiale,

$PJ_n$  = la puissance Joule dans l'itération  $n$  du couplage,

$DPJ_0$  = la densité moyenne de puissance Joule initiale,

$DPJ_n$  = la densité moyenne de puissance Joule dans l'itération  $n$  du couplage.

Cette méthodologie a été choisie, car elle reproduit assez bien la technique de réglage de la température mise en œuvre sur le prototype évolutif de vitrification, « PEV », à Marcoule.

Comme critère d'arrêt du calcul de la vidange, nous avons choisi le temps caractéristique 1800 s, car celui-ci a été obtenu à partir du débit massique expérimental à la fin de la coulée (0,08 kg/s). Le schéma complet d'un cycle de couplage thermo-électromagnétique, en détaillant les phases d'initialisation et résolution de la vidange, est présenté dans la Figure 3.7.

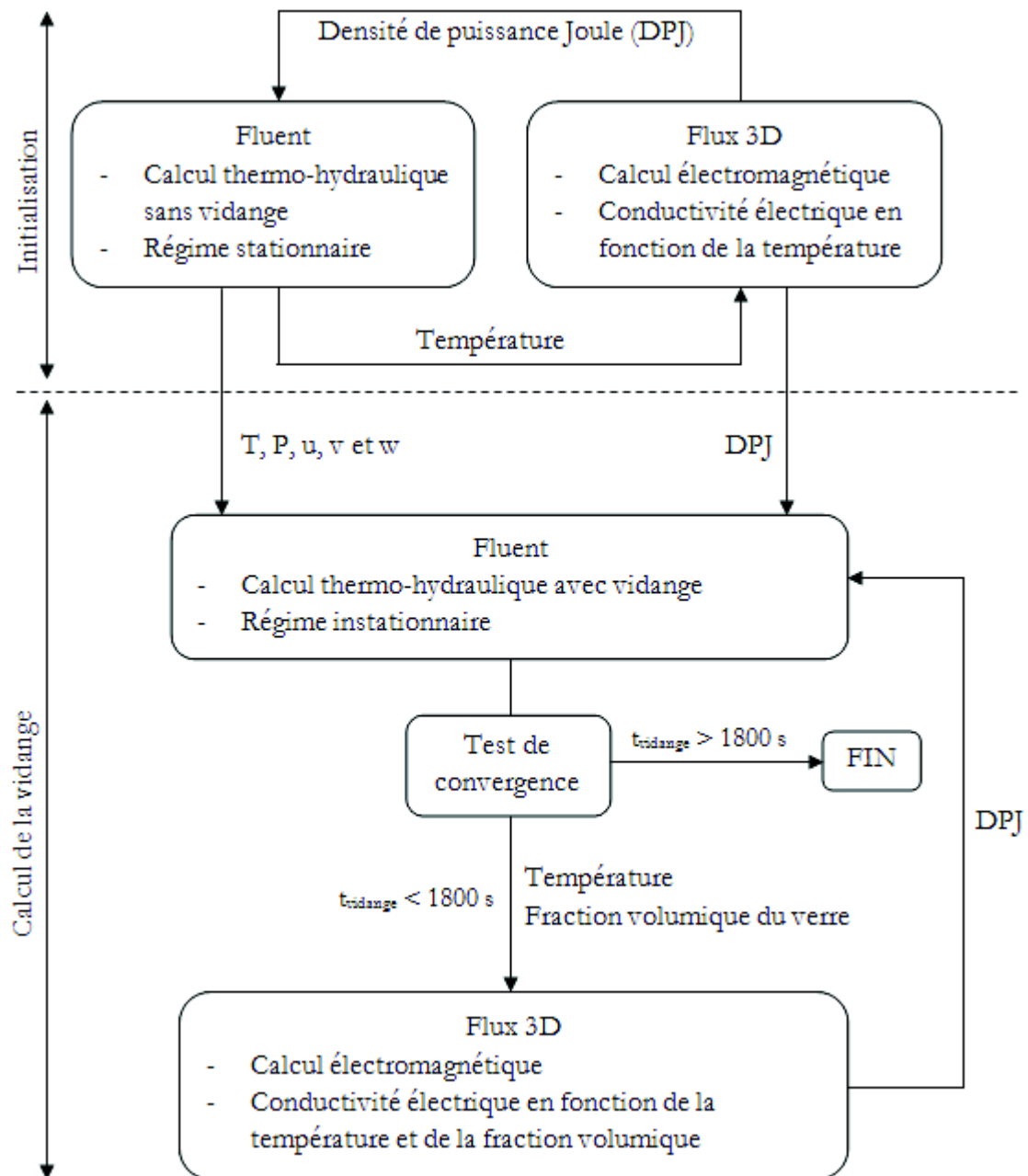


Figure 3.7 : Schéma d'un cycle de couplage thermo-électromagnétique avec l'implémentation du drainage du four, en détaillant l'étape d'initialisation du calcul, de la résolution de la vidange et les conditions initiales pour le calcul thermo-hydraulique de la vidange.

Dans la section suivante, nous présentons la mise en œuvre du couplage thermo-électromagnétique de la vidange du four.

### 3.5 Mise en œuvre de la modélisation de la vidange du four sans agitation mécanique

Pour la mise en œuvre de l'algorithme de couplage thermo-électromagnétique, nous avons dans un premier temps étudié la vidange du four pour une puissance Joule initiales de 10 kW.

L'objectif de cette étude est d'analyser les effets de la variation de la surface libre de la charge de verre fondu sur la distribution de la densité de puissance Joule et sur le champ de température ; l'interaction entre le champ de température et la distribution de densité de puissance Joule et l'évolution temporelle des propriétés physiques du verre en fonction de la température.

Dans cette étude numérique, nous avons adopté comme fluide de travail le verre «  $\text{UOx}_2$  », dont les propriétés physiques ont été présentées et décrites dans le chapitre 1. Par rapport au choix de la géométrie du four, nous avons utilisé la cuve expérimentale  $\varnothing 240$  mm comme base pour la génération des domaines de calcul thermo-hydraulique et électromagnétique.

En ce qui concerne la modélisation thermo-hydraulique, nous utilisons le domaine de calcul et le maillage générés pour l'étude hydraulique de la vidange sans agitation mécanique, section 2.4.5.

Pour la modélisation électromagnétique, le domaine de calcul est constitué de la charge de verre, de la bobine non maillée et d'un volume d'air qui englobe la charge de verre et la bobine. Le creuset froid n'est pas modélisé. Le domaine de l'air doit être suffisamment grand afin de prendre en compte correctement les conditions aux limites à l'infini. La fréquence du courant inducteur est 280 kHz. Le domaine de calcul et le maillage du modèle électromagnétique ont été générés à l'aide du logiciel électromagnétique Flux®. Le maillage électromagnétique est présenté sur le Figure 3.8. Il est composé d'environ 2 millions d'éléments de premier ordre. La taille des éléments varie de 4 mm à 50 mm. La taille du domaine de l'air est limitée grâce à l'utilisation d'une boîte infinie.

Ces configurations ont été utilisées dans les phases d'initialisation et de résolution de la vidange du four.

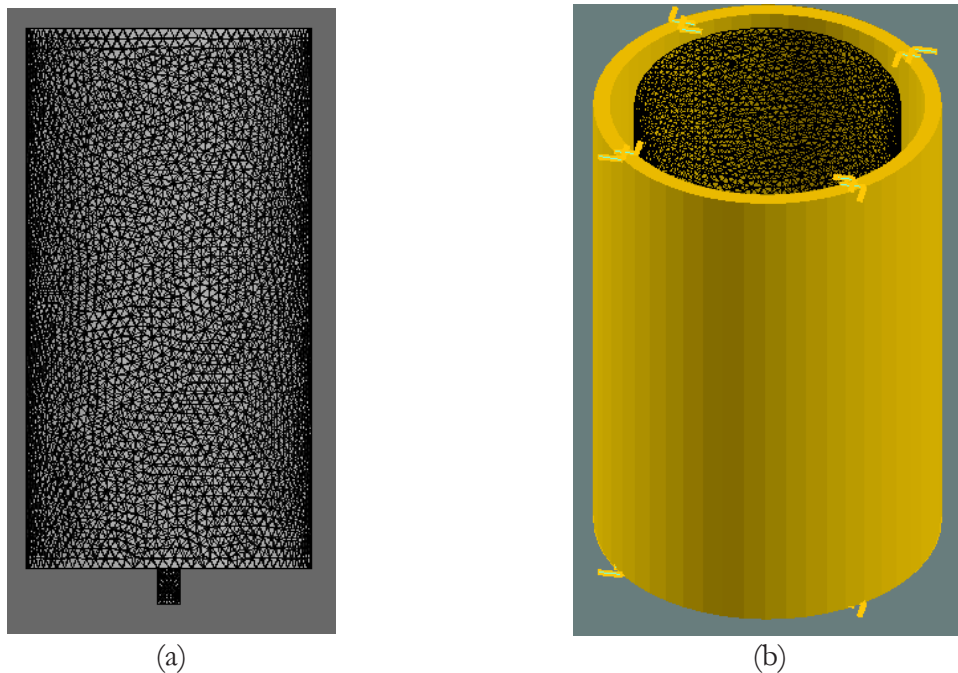


Figure 3.8 : Maillage électromagnétique. Vue latérale du verre(a). Inducteur et verre (b).

Dans les sections suivantes sont décrites les phases d'initialisation et de résolution de la vidange du four pour une puissance Joule de 10 kW.

### 3.5.1 Phase d'initialisation du calcul de vidange du four

Pour l'initialisation de la vidange, nous avons modélisé un four en alimentation continue par du verre fondu. Nous avons adopté un flux massique de verre à 1475 K (1200 °C) à une vitesse de 0,02 m/s à l'entrée du four. Sur les parois, nous avons imposé la condition limite de non-glissement et une température de refroidissement de 400 K. Nous avons défini une condition de pression atmosphérique à la sortie du four.

Par rapport aux schémas de discrétisation numérique, Tableau 3.3, nous avons conservé le choix du modèle hydraulique de la vidange présenté dans le chapitre 2.

Pour la résolution du champ électromagnétique dans la charge de verre, nous avons choisi le modèle vecteur induction (A) – potentiel électrique (V) avec une formulation pour la conductivité électrique du verre en fonction de la température. Celle-ci est mise à jour lors de chaque couplage entre les sous-modules électromagnétique et thermo-hydraulique. Comme critère de convergence pour la solution électromagnétique, nous avons défini un résidu de l'ordre  $10^{-6}$ .

La phase d'initialisation a été résolue par calcul parallèle sur quatre processeurs Intel @Xeon 2,5 GHz. L'homogénéisation thermique du bain de verre a été atteinte environ au bout de 40 cycles de couplage de 2,5 heures, soit 4 jours. La répartition du temps de calcul d'un cycle de couplage entre la résolution des problèmes électromagnétique et thermo-hydraulique est présentée dans le Tableau 3.4.

Tableau 3.3 : Configuration du solveur pour le cas d'initialisation du calcul de vidange du four.

| Paramètres                | Schémas de discrétisation     |
|---------------------------|-------------------------------|
| Gradients                 | « Least Square Cell Based »   |
| Termes de convection      | 2 <sup>ème</sup> ordre UPWIND |
| Termes de diffusion       | 2 <sup>ème</sup> ordre centré |
| Terme de pression         | PRESTO                        |
| Couplage pression-vitesse | PISO                          |
| Energie                   | 2 <sup>ème</sup> ordre UPWIND |

Tableau 3.4 : Répartition du temps de calcul entre les solveurs électromagnétique et thermo-hydraulique dans un cycle de couplage thermo-électromagnétique.

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| Temps de calcul électromagnétique  | 30 mn     |
| Temps de calcul thermo-hydraulique | 2 h       |
| Temps total d'un cycle de couplage | 2 h 30 mn |

Dans le bain de verre, la température moyenne est de l'ordre de 1200 K et la température maximale est de l'ordre de 1500 K pendant toute la phase d'initialisation. Ces valeurs de température sont représentatives des paramètres adoptés à Marcoule lors de la conduite du procédé, soit une température maximale du bain de verre entre 1475 K (1200 °C) et 1675 K (1400 °C).

Les champs de température et de distribution de la densité de puissance Joule obtenus à la fin du calcul d'initialisation, pour le cas de 10 kW, sont présentés dans la Figure 3.9. Nous observons dans le champ de température la formation de l'autocreuset aux parois du four et une concordance de la distribution de densité de puissance Joule avec le profil de température.

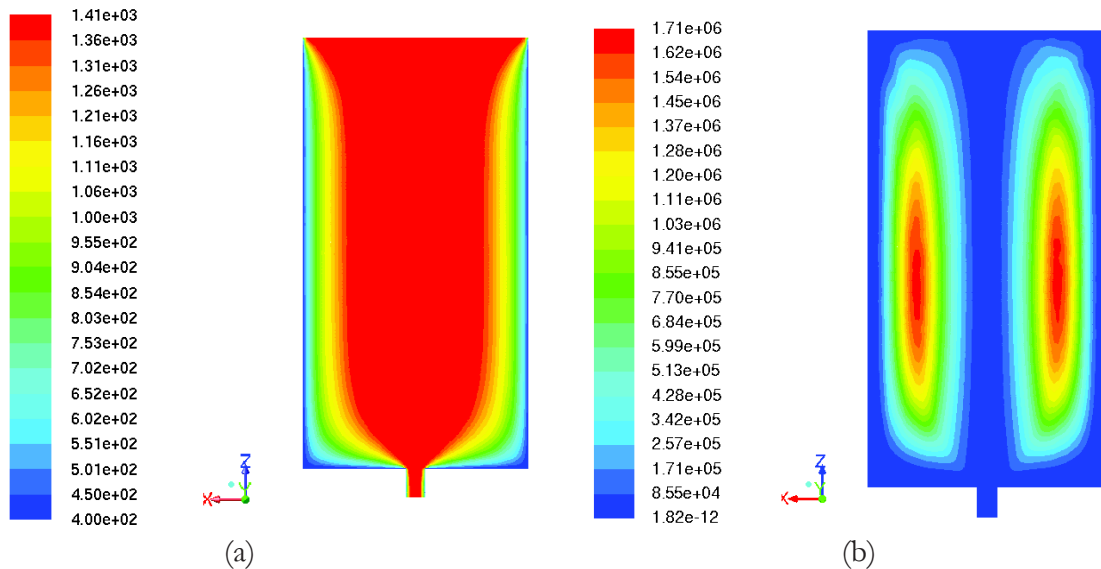


Figure 3.9 : Champs d'initialisation pour le cas de vidange à 10 kW. Champ de température (a). Distribution de densité de puissance Joule (b).

Dans la section suivante, nous présentons la phase de résolution de la vidange du four.

### 3.5.2 Phase de résolution de la vidange du four

Dans la phase de résolution de la vidange, nous avons modélisé le drainage d'un four rempli de verre chauffé par induction. En suivant le schéma de couplage décrit dans la Figure 3.7, nous avons réalisé le transfert des conditions initiales, calculées dans la phase d'initialisation de la vidange, vers le sous-système thermo-hydraulique. Les conditions initiales transférées sont :

- le champ de température,
- le champ de pression,
- le champ de vitesse,
- la distribution de la densité de puissance Joule.

Les conditions aux limites thermiques et hydrauliques utilisées dans la phase d'initialisation sont conservées, à l'exception de la condition limite à l'entrée du four. Celle-ci a été modifiée pour prendre en compte l'injection d'air dans le four lors de la coulée du verre. Nous avons attribué une température de 500 K au flux d'air que rentre dans le four. La coulée du verre se fait par action de la gravité dans l'air à la pression atmosphérique.

Dans le sous-module électromagnétique, les propriétés physiques du verre en fonction de la température et de la fraction volumique sont définies dans la partie du domaine de calcul qui correspond à la charge initiale de verre. Dès que la vidange est démarrée, l'algorithme de couplage thermo-électromagnétique met à jour la température et la fraction volumique. Celles-ci sont des variables incorporées à la formulation de la conductivité électrique du verre. La mise à jour de la fraction volumique rend possible la prise en compte de la variation de la surface libre du verre et de l'entrée d'air à l'intérieur du four.



Pour la modélisation thermo hydraulique, nous avons adapté le choix des formulations de discrétisation pour un problème instationnaire diphasique. Le Tableau 3.5 présente la sélection des schémas de discrétisation numérique.

Pour la discrétisation numérique de la fraction volumique, nous avons adopté la formulation temporelle explicite.

Le pas de temps adopté pour la solution thermo-hydraulique a été de 0,05 s, pour le cas avec 10 kW. Le couplage entre les solutions thermo-hydraulique et électromagnétique a été réalisé à chaque seconde. La répartition du temps de calcul entre les solutions thermo-hydraulique et électromagnétique est présentée dans le Tableau 3.6.

Tableau 3.5 : Configuration du solveur pour le cas résolution du calcul de vidange du four.

| Paramètres                | Schémas de discrétisation        |
|---------------------------|----------------------------------|
| Gradients                 | « Least Square Cell Based »      |
| Termes temporels          | 1 <sup>ème</sup> ordre implicite |
| Termes de convection      | 2 <sup>ème</sup> ordre UPWIND    |
| Termes de diffusion       | 2 <sup>ème</sup> ordre centré    |
| Terme de pression         | PRESTO                           |
| Couplage pression-vitesse | PISO                             |
| Fraction volumique        | Compressive                      |
| Energie                   | 2 <sup>ème</sup> ordre UPWIND    |

Tableau 3.6 : Répartition du temps de calcul entre les solveurs électromagnétique et thermo-hydraulique dans un cycle de couplage thermo-électromagnétique.

|                                    |       |
|------------------------------------|-------|
| Temps de calcul électromagnétique  | 15 mn |
| Temps de calcul thermo-hydraulique | 20 mn |
| Temps total d'un cycle de couplage | 35 mn |

Nous avons obtenu une convergence de l'ordre de  $10^{-4}$  pour toutes les équations thermo-hydraulique pour un nombre d'itérations par pas de temps limité à 50. Le temps total de calcul pour la résolution de la vidange a été d'environ 1 mois pour un temps physique d'environ 1600 s. La modélisation a été réalisée en parallèle sur 4 processeurs pour le module thermo-hydraulique et sur 1 processeur pour le module électromagnétique.

Dans la section suivante, nous présentons les résultats obtenus pour la puissance Joule initiale de 10 kW.

## 3.6 Résultats pour la puissance Joule initiale de 10 kW

Pour cette étude nous imposons une puissance Joule initiale de 10 kW. La densité moyenne de puissance Joule est maintenue constante pendant la vidange, car la puissance Joule injectée dans le verre est proportionnelle à la masse de verre restante dans le four (3.12). Nous avons étudié le comportement de la puissance Joule injectée, de la température dans le bain et à la sortie du four, et du débit massique.

Dans la Figure 3.10, nous présentons l'évolution temporelle de la puissance Joule et des températures moyenne et maximale dans le bain de verre. Le comportement présenté par la



puissance Joule est caractérisé par une réduction plus significative dans les premières 600 s de vidange. La perte est d'environ 2 kW. Au-delà de cet instant, la variation de la puissance Joule devient très faible. Ceci indique qu'après 600 s le débit du four est très faible ou presque nul. Après 600 s nous avons un blocage de la conduite de coulée.

Au cours du temps, la puissance Joule et la température moyenne évoluent de façon similaire. Ces deux grandeurs décroissent fortement au début de la coulée et varient faiblement après 600 s de vidange. La puissance Joule présente un comportement asymptotique plus marqué que la température moyenne qui continue à décroître de plus en plus lentement. Au cours de la coulée la température moyenne décroît d'environ 200K.

Par contre, la température maximale croît au cours de la coulée d'environ 100 K. Ainsi au début de la coulée les gradients thermiques dans le verre sont de l'ordre de 200 K et à la fin de la coulée ils sont de l'ordre de 400K. Malgré une puissance Joule injectée quasiment constante au-delà de 600 s, l'absence d'écoulement et les faibles valeurs de la conductivité thermique du verre ( $< 4 \text{ W/K/m}$ ) sont responsables de l'accroissement des gradients thermiques dans le bain de verre.

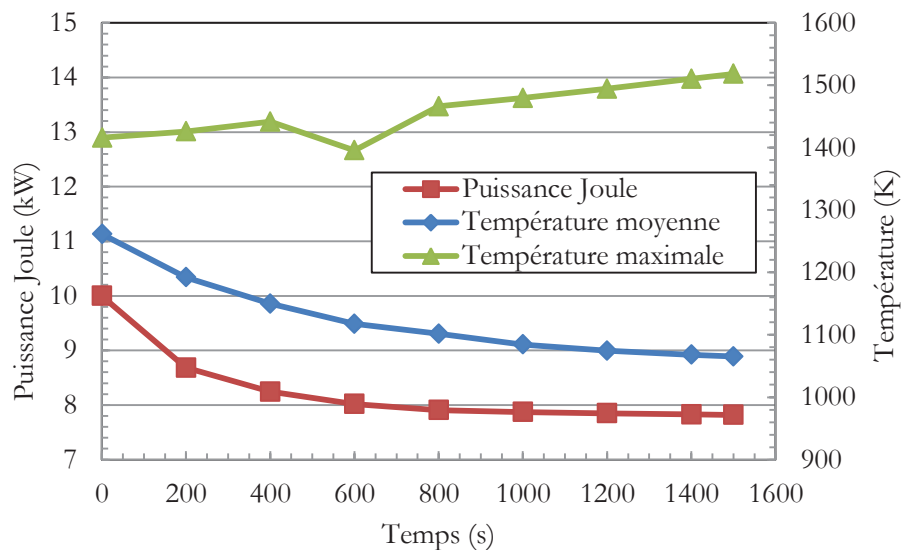


Figure 3.10 : Evolution temporelle de la puissance Joule injectée et des températures moyenne et maximale dans le bain de verre.

Dans la Figure 3.11, nous présentons l'évolution temporelle du débit massique et des températures moyenne et maximale à la sortie de la conduite de coulée. En regardant la courbe du débit massique, nous constatons que la vidange du four s'arrête à l'instant 1000 s. A cet instant la température maximale du verre à la sortie du tube de coulée est de l'ordre de 900 K. Pour cette température le verre est solide et il a une viscosité de l'ordre de  $10^4$ . Ce qui confirme l'interprétation de l'évolution temporelle de la puissance Joule et des températures dans le bain de verre.

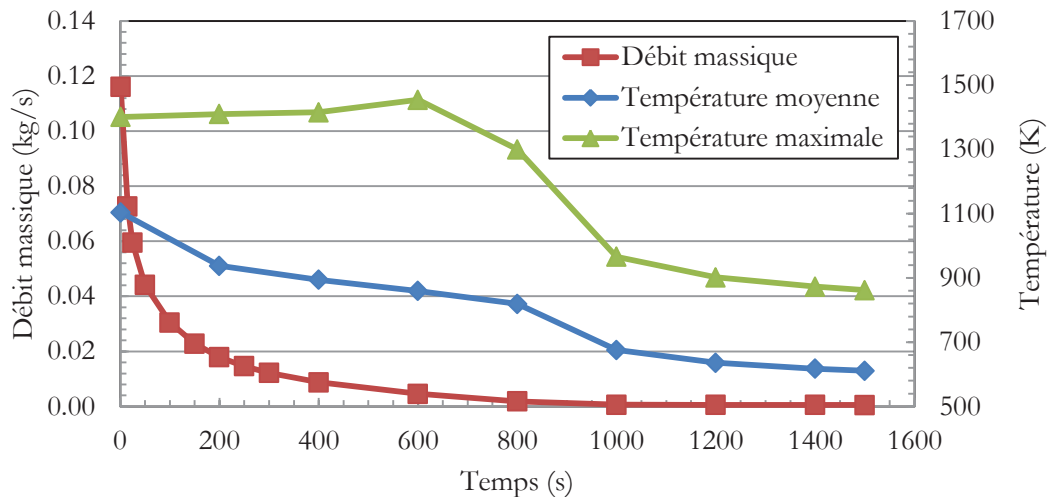


Figure 3.11 : Evolution temporelle du débit massique et des températures moyenne et maximale à la sortie de la conduite de coulée.

Sur la Figure 3.12, nous avons représenté les profils de la température, de la distribution de la densité de puissance Joule dans le plan-xz, et le contour de la surface libre (ligne rouge superposée aux profils). Le contour de l'interface verre/air a été obtenu en créant une iso-surface en fonction de la fraction volumique qui passe par des cellules occupées par les deux phases. Nous choisissons la valeur de 0,5 pour identifier l'interface verre/air.

Nous remarquons des températures de l'ordre de 1000 K dans la zone au-dessus de l'interface libre. Cela caractérise un important gradient de température dans l'air situé au-dessus du bain de verre. La température du verre en surface supérieure varie de 1260 K à 1000 K au cours de la coulée.

En revanche, la densité de puissance Joule est bien limitée par la surface libre, et est injectée seulement dans le verre. Ceci valide le modèle de la conductivité électrique développé qui varie en fonction de la température et de la fraction volumique.

L'algorithme de couplage thermo-électromagnétique fonctionne correctement. Nous avons une bonne concordance entre les profils de température et de densité de puissance Joule. Au cours du temps, nous observons simultanément un accroissement des gradients thermiques dans le bain de verre et des gradients de densité de puissance Joule. Au début de la vidange, la zone de verre la plus chaude descend dans le four par l'action de la pesanteur. Ensuite la zone la plus chaude ne bouge plus, les gradients thermiques continuent à croître ce qui est un reflet du blocage de la vidange du four. De plus, nous constatons le refroidissement de l'orifice de coulée, après 1000 s. Ainsi, le champ de température à la sortie du tube de coulée varie de 400 K à 900 K. Ceci est en cohérence avec l'analyse de l'évolution temporelle du débit massique et des températures dans le tube de coulée (Figure 3.11) : après 1000 s le verre se solidifie dans le tube de coulée.

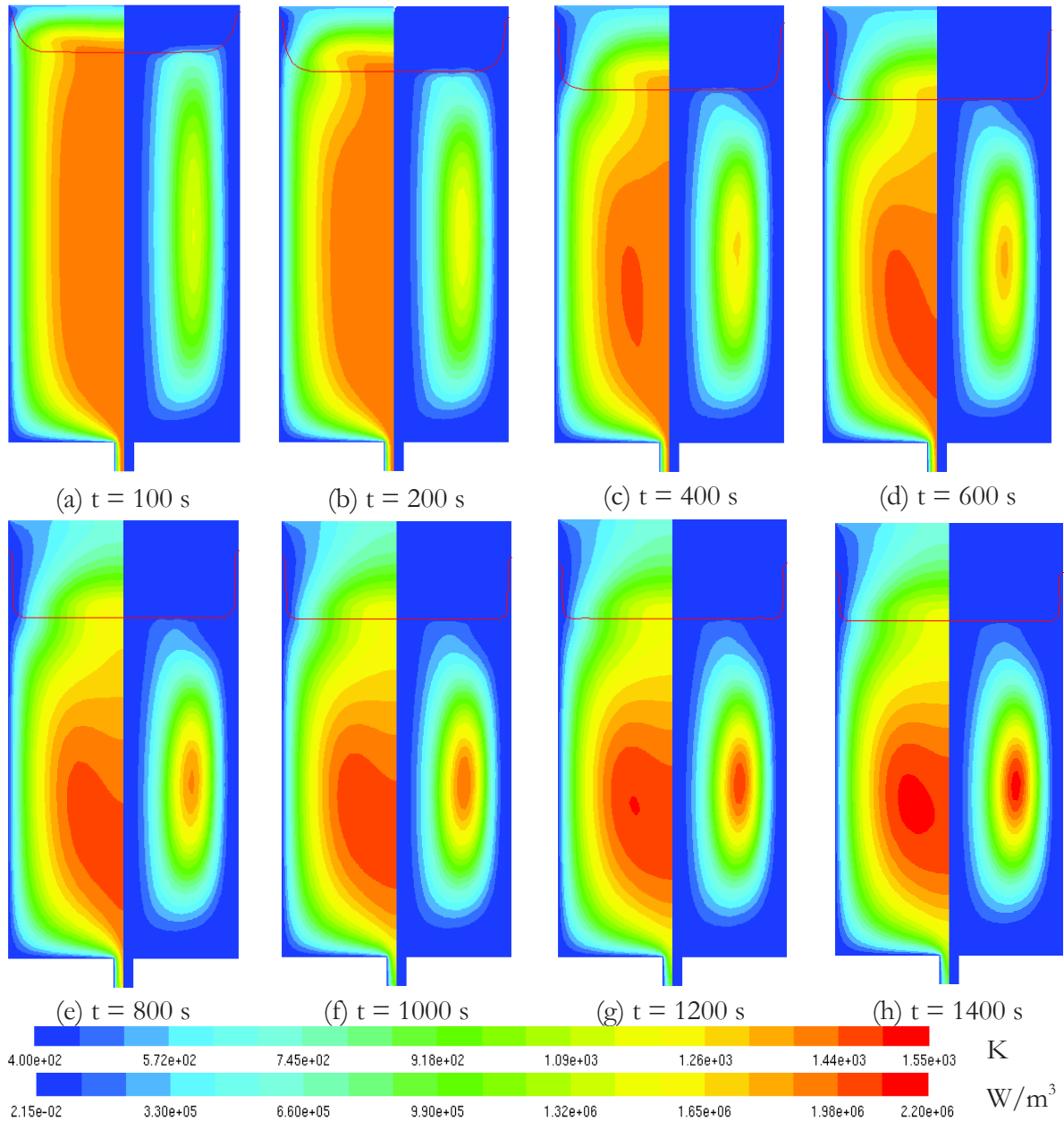


Figure 3.12 : Champ de température et distribution de la densité de puissance Joule sur le plan  $xy$  superposé avec le suivi temporelle de la surface libre (en rouge). (a)  $t = 100$  s. (b)  $t = 200$  s. (c)  $t = 400$  s. (d)  $t = 600$  s. (e)  $t = 800$  s. (f)  $t = 1000$  s. (g)  $t = 1200$  s. (h)  $t = 1400$  s.

Dans la Figure 3.13, nous présentons la visualisation tridimensionnelle de la densité de puissance Joule dans le four. Nous traçons une « iso-surface » pour une densité de puissance Joule de l'ordre de  $6 \times 10^5$  W/m<sup>3</sup>. A cette iso-surface nous superposons la distribution de la densité de puissance Joule et du champ de température. Cette visualisation, met en évidence la liaison entre la topologie de la température et de la densité de puissance Joule.

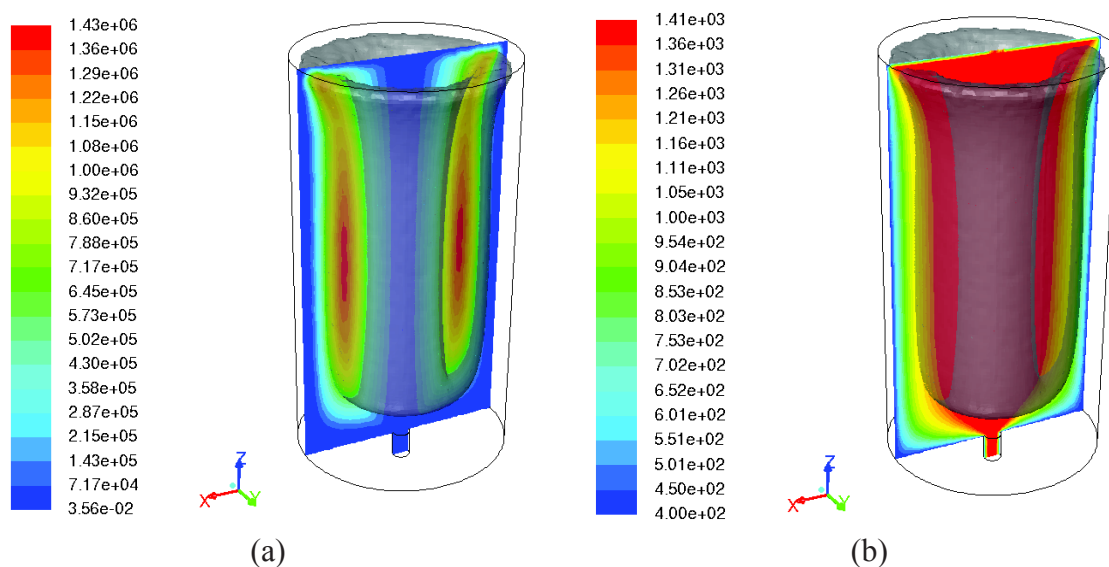


Figure 3.13 : Densité de puissance Joule (a) et champ de température (b) superposés par la visualisation 3D de la densité de puissance Joule pour le cas à 10 kW ( $t = 1,5$  s).

Pour imager la forte dépendance des propriétés physiques du verre en fonction de la température, nous présentons la variation de la conductivité thermique et de la viscosité dans le four. Dans la Figure 3.14, nous avons les profils du champ de température, de la conductivité thermique et de la viscosité pour l'instant de 100 s.

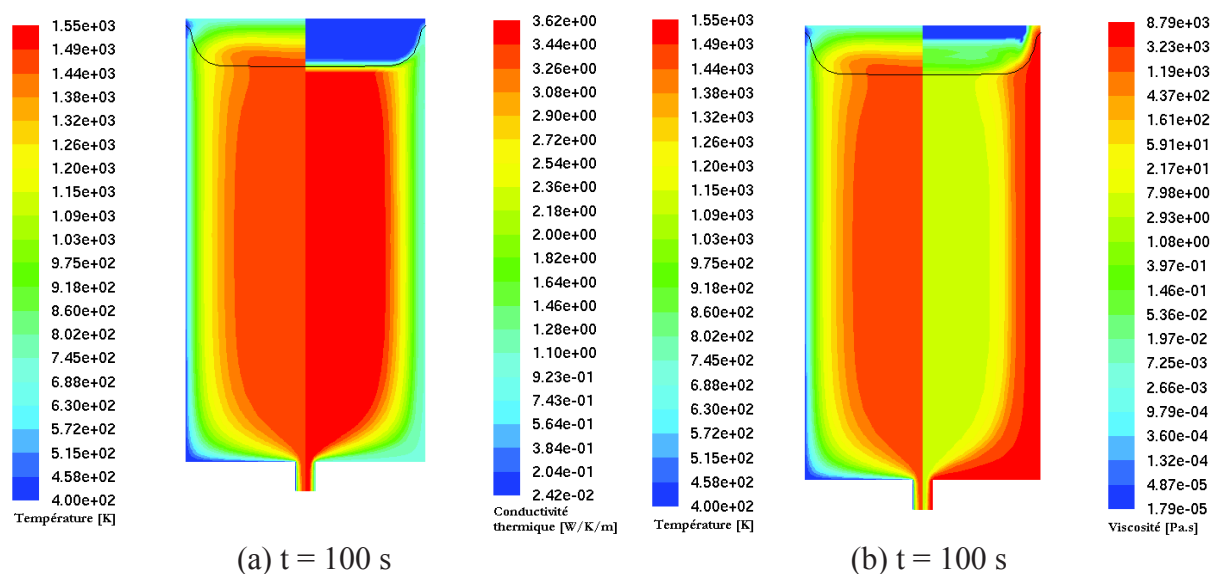
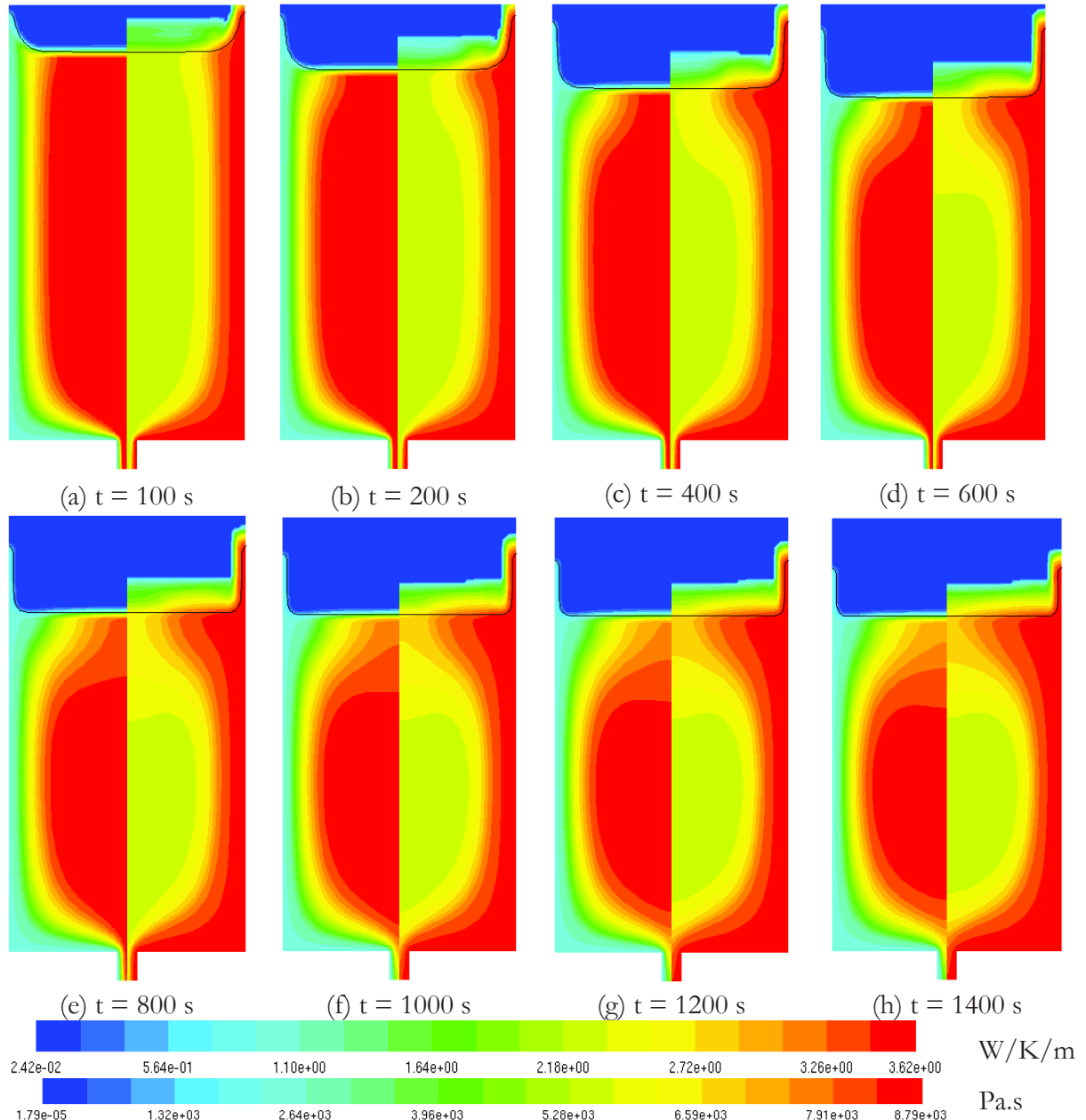


Figure 3.14 : Profil de la température (côté gauche) et de la conductivité thermique (côté droit) (a). Profils de la température (côté gauche) et de la viscosité (côté droit) (b). Contour de l'interface verre/air en noir. Visualisation dans le plan-xz.

Ces deux propriétés physiques présentent une bonne concordance avec le champ de température et une bonne prise en compte de l'interface. Dans la zone occupée par le verre, la conductivité thermique varie de 1,1 à 3,62 W/K/m. Cela correspond bien à l'évolution de la conductivité thermique du verre en fonction de la température, Figure 1.6. Dans la zone occupée par l'air, la conductivité thermique est voisine de  $2,42 \times 10^{-2}$  W/K/m. Dans la zone occupée par le verre, la viscosité varie de  $2,93$  à  $8,79 \times 10^3$  Pa.s ce qui correspond bien à l'évolution de la viscosité du verre en fonction de la température, Figure 1.6.

Nous avons observé l'augmentation de la valeur de la viscosité du centre bain (5 Pa.s) vers les parois du four, avec la formation de l'autocreuset (environ  $10^4$  Pa.s). La formation de cette couche de verre solidifiée a aussi été observée dans les travaux de Jacoutot (2006), Sauvage (2009) et Lima da Silva (2013).

Dans la Figure 3.15, nous avons l'évolution temporelle de la conductivité thermique et de la viscosité de 100 à 1400 s. Nous remarquons le déplacement de l'interface verre/air jusqu'à 600 s. Après cet instant, nous avons un blocage de la vidange qui coïncide avec l'augmentation de la viscosité du verre.



### 3 Etude de la vidange d'un bain de verre sans agitation mécanique

Pour compléter l'étude du comportement de la conductivité thermique et de la viscosité nous avons tracé l'évolution de ces propriétés le long de l'axe vertical de la cuve (Figure 3.16) à divers instants. Le niveau zéro correspond à la sortie de la conduite de coulée.

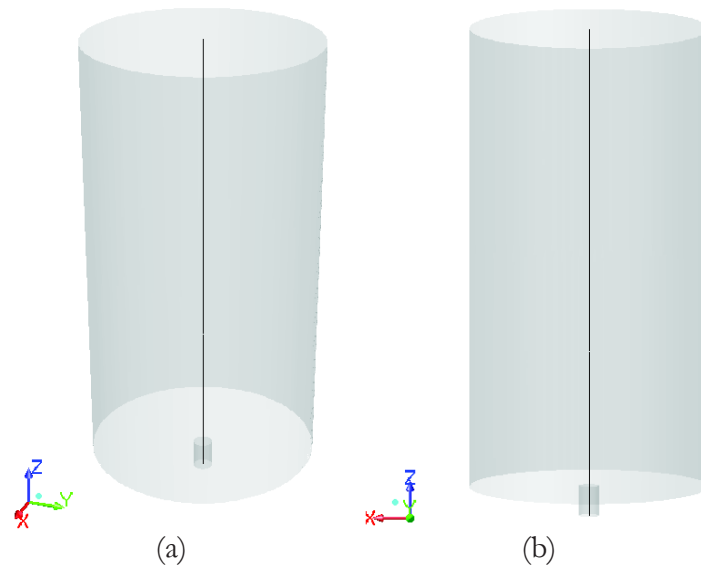


Figure 3.16 : Ligne de mesure de la conductivité thermique et de la viscosité positionnée au centre du four. Vue isométrique (a). Vue latérale (b).

Les profils obtenus pour la conductivité thermique sont présentés sur la Figure 3.17. En haut de la cuve, nous remarquons la présence d'un plateau correspondant à l'interface entre le verre/air. Dans la zone de transition air/verre le gradient de conductivité thermique est très élevé. Ces profils mettent en évidence un déplacement significatif de l'interface jusqu'à 600 s; après cet instant, le plateau reste fixe.

Dans le bas de la cuve, entre 800 et 1400 s, le gradient de la conductivité thermique du verre est important. Celui-ci nous permet d'identifier le blocage de l'orifice de coulée par la réduction significative de la conductivité thermique dans l'intérieur de la conduite de coulée.

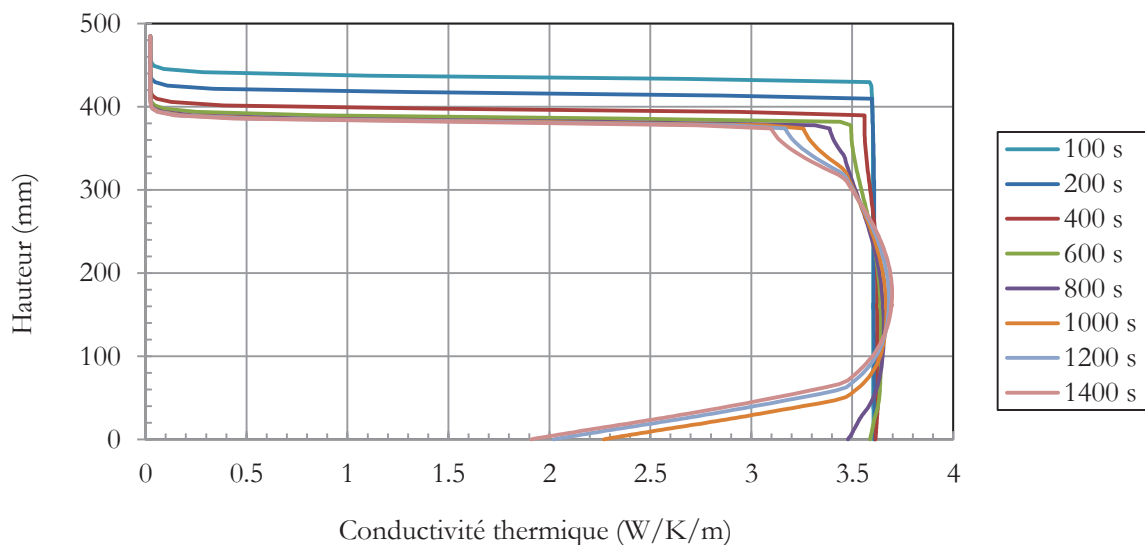


Figure 3.17 : Profils de la conductivité thermique le long de l'axe vertical du four à divers instants.

Dans la Figure 3.18, nous présentons les profils de la viscosité dans le four entre 100 et 1400 s. Sur la Figure 3.18, l'échelle logarithmique a été adoptée pour bien représenter le gradient de viscosité. Le comportement de la viscosité est cohérent avec celui observé pour la conductivité thermique, Figure 3.17. Nous constatons un saut important de la viscosité dans la zone de transition air/verre. Nous notons que le plateau correspondant à l'interface air/verre est moins net que pour la conductivité thermique. Ceci est dû à l'écart très important entre la viscosité de l'air ( $\sim 10^{-5}$  Pas) et du verre ( $\sim 1$  Pas). Les courbes présentées traduisent un déplacement de l'interface est significatif jusqu'à 600 s. Après 600 s, dans le bas de la cuve, le gradient de la viscosité est très élevé et correspond à la solidification du verre. En effet entre les niveaux 100 mm et 0 mm la viscosité varie de 5 Pas à environ  $2 \times 10^3$  Pas. A la sortie de l'orifice de coulée, au cours du temps la viscosité varie entre 6 à  $4 \times 10^3$  Pa.s Nous observons donc que le verre se solidifie d'abord à la sortie de la conduite de coulée. Cela indique que le sens de solidification du verre est de la sortie de la conduite de coulée vers le cœur du bain de verre.

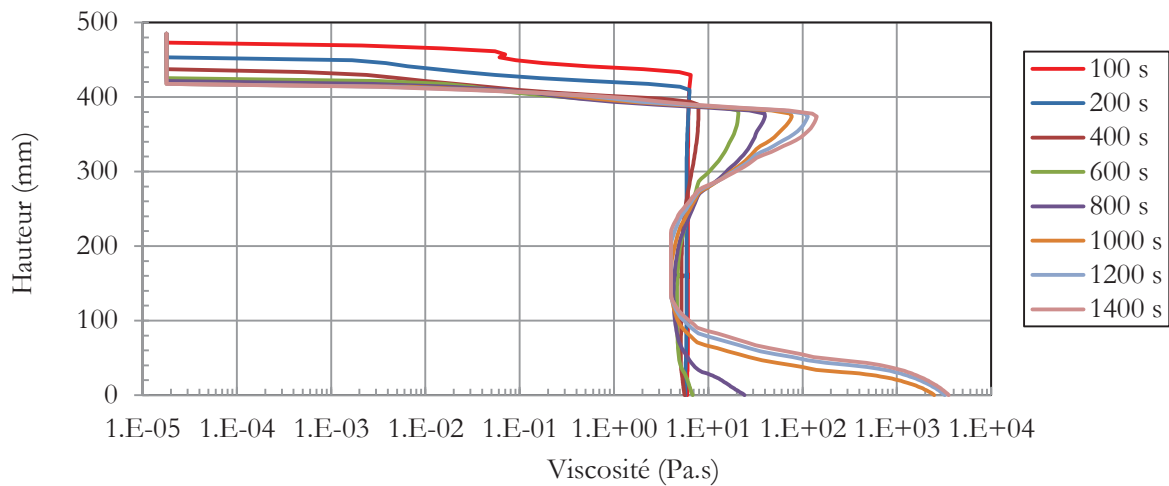


Figure 3.18 : Profils de la viscosité le long de l'axe vertical du four à divers instants.

Du début de la coulée jusqu'à 600 s, la viscosité dans le cœur du bain de verre varie entre 4 et 8 Pa.s, Figure 3.19. La viscosité le long de l'axe a une valeur de 6 Pas lorsque le temps est inférieur à 200s. Nous avons vérifié la formation d'une couche de verre solidifié à l'interface après 600 s. Dans cette zone, la viscosité varie d'environ 20 à 100 Pa.s entre 600 et 1400 s.

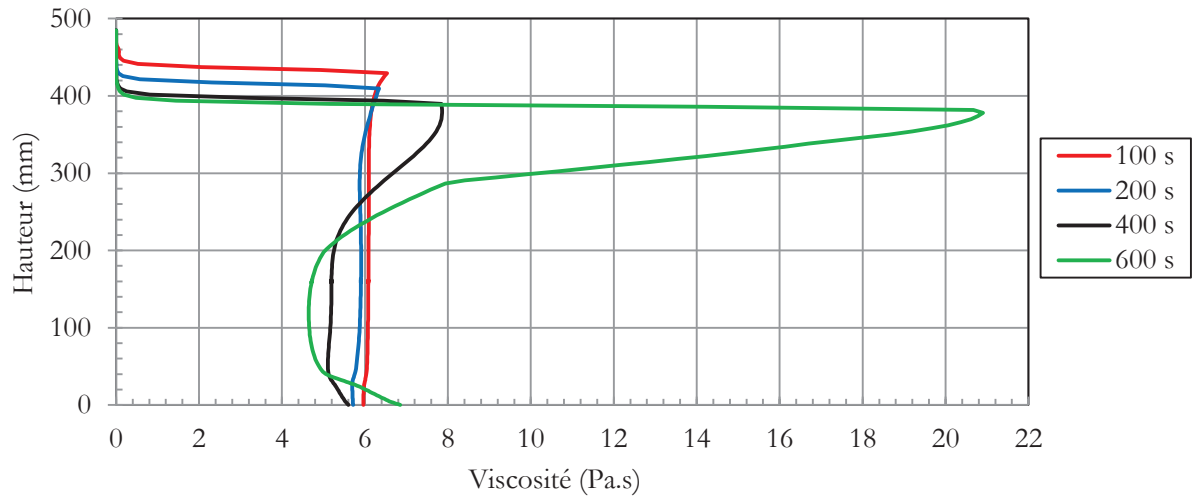


Figure 3.19 : Profils de la viscosité le long de l'axe vertical du four entre 100 et 600 s.

Sur la Figure 3.20, nous présentons les profils de la fraction-volumique (en bleu) et de la viscosité (en rouge) à 100 s le long de l'axe vertical du four. Le profil de la fraction volumique met en évidence une faible diffusion de la position de la surface libre ( $\sim 20$  mm). En revanche, le profil de la viscosité présente une diffusion à la surface libre plus importante ( $\sim 40$  mm). Cette diffusion liée aux fortes variations de la viscosité à l'interface impacte les valeurs de la viscosité dans l'air (dans une zone de 10 à 30 mm au-dessus). La viscosité dans la zone de l'interface est calculée par la relation :

$$\mu = \alpha \cdot \mu_{\text{verre}} + (1 - \alpha) \cdot \mu_{\text{air}} \quad (3.1)$$

avec

$\mu$  = la viscosité dans le four,

$\mu_{\text{verre}}$  = la viscosité du verre,

$\mu_{\text{air}}$  = la viscosité de l'air,

$\alpha$  = la fraction-volumique.

En fait si nous faisons un zoom du profil de la fraction entre 450 mm et 480 mm nous constatons que la fraction-volumique à 450 mm vaut  $4 \times 10^{-3}$  et à 473 mm vaut 0. Ainsi, la viscosité du verre étant  $3,6 \times 10^5$  plus grande que celle de l'air nous n'obtenons pas une valeur de viscosité correcte dans cette zone.



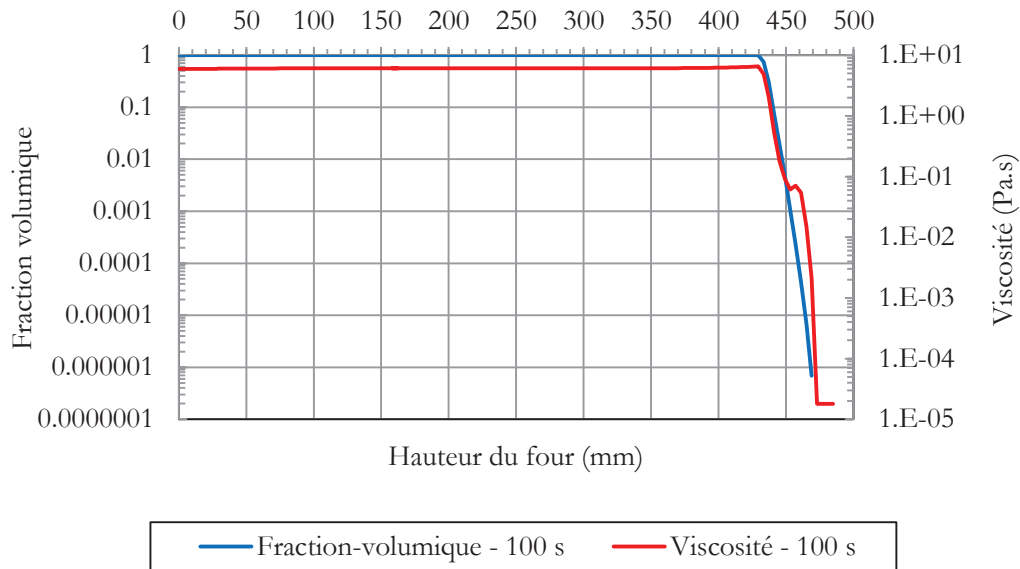


Figure 3.20 : Profils de la fraction-volumique (en bleu) et de la viscosité (en rouge) le long de l'axe vertical du four à  $t = 100$  s, pour la puissance Joule initiale de 10 kW. Echelle logarithmique pour la viscosité.

Cependant, ces résultats peuvent être améliorés en modifiant le calcul de la viscosité au voisinage de l'interface par exemple en introduisant un test sur la valeur de la fraction-volumique :

$$\text{si } \alpha \leq 10^{-2}, \text{ donc } \mu = \mu_{\text{air}}, \mu_{\text{air}} = 1,79 \times 10^{-5} \text{ Pa.s}$$

Pour compléter cette étude nous avons évalué la composante verticale du champ de vitesse proche à l'entrée de l'orifice de coulée. La Figure 3.21 présente la ligne de mesure de la vitesse localisée à 20 mm de la base du four.

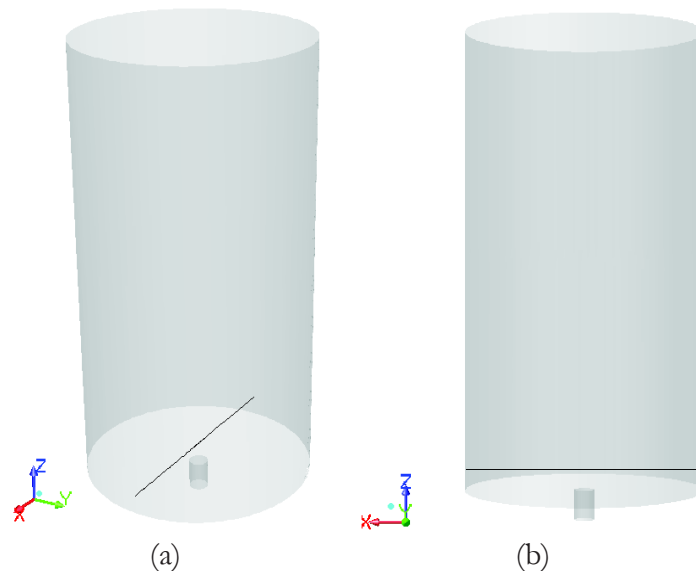


Figure 3.21 : Ligne de mesure de la composante verticale du champ de vitesse. Ligne positionnée à 20 mm de la base du four sur le plan-xz. Vue isométrique (a). Vue latérale (b).

Le profil de la vitesse verticale le long d'un diamètre positionné en bas du four est tracé sur la Figure 3.22. Nous observons la décroissance de la vitesse de 0,02 m/s à zéro entre 100 et 800 s.

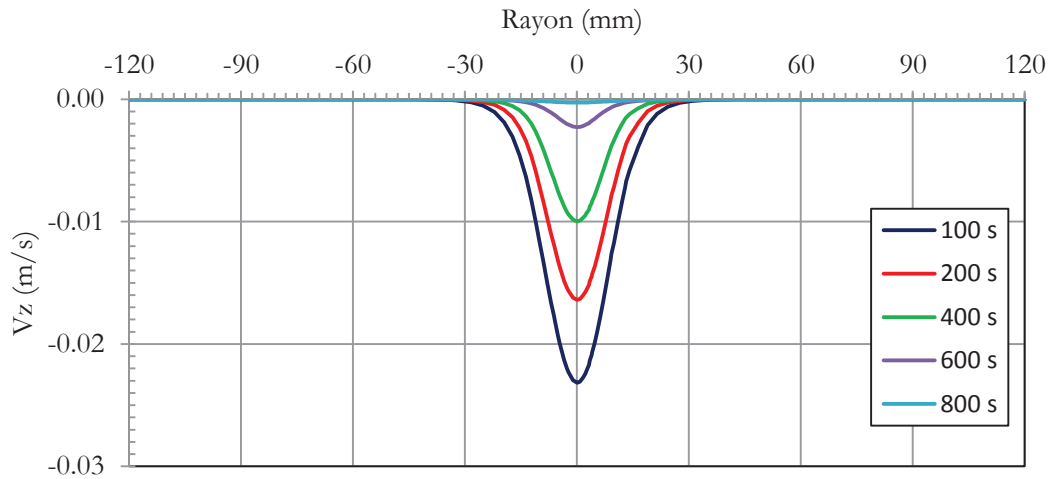


Figure 3.22 : Profil de la composante verticale de la vitesse à divers instants.

A partir des résultats obtenus avec ces analyses, nous avons réalisé une caractérisation assez détaillée du comportement des propriétés physiques du verre. Il ressort de ces analyses que les formulations adoptées pour les propriétés physiques du verre ont bien été prises en compte lors de la résolution de la vidange.

#### 3.6.1 Vidange à une puissance Joule initiale de 80 kW

Afin de tester la sensibilité du débit de massique à la puissance Joule injectée dans la charge de verre, nous avons résolu la vidange pour un four chauffé à une puissance initiale de 80 kW. Nous comparons les résultats obtenus pour les deux puissances (10 kW et 80 kW) au début de la vidange, soit sur environ 130 s de coulée. Le pas de temps utilisé pour le cas à 80 kW a été réduit de 0,05 s à 0,005 s, afin d'atteindre une convergence de l'ordre de  $10^{-4}$  pour toutes les équations.

Sur la Figure 3.23, nous présentons la comparaison entre les débits massiques pour les puissances Joules initiales de 10 kW (en rouge) et 80 kW (en bleu). Nous trouvons un débit massique plus élevé pour le cas à 80 kW, sur la durée de coulée analysée. Cela nous paraît cohérent, car nous avons augmenté la valeur de la puissance injectée : le verre doit avoir une température plus élevée.

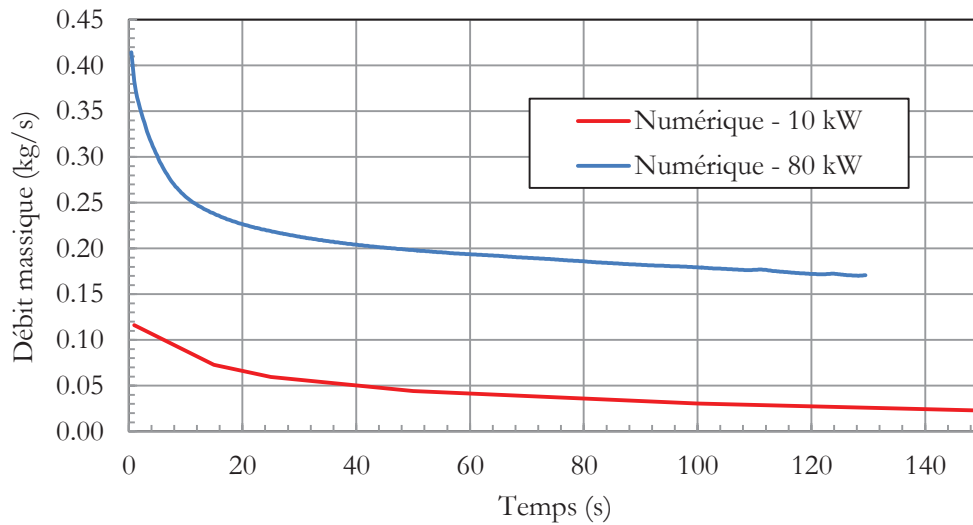


Figure 3.23 : Evolution temporelle des débits massiques pour les puissances Joules initiales de 10 kW (en rouge) et 80 kW (en bleu).

Sur la Figure 3.24, nous avons la comparaison entre les profils de la fraction-volumique et de la viscosité pour ces deux cas à  $t = 100$  s. Nous remarquons l'effet de diffusion de la viscosité sur la surface libre pour les deux configurations et une vitesse de déplacement de la surface libre pour le cas à 80 kW.

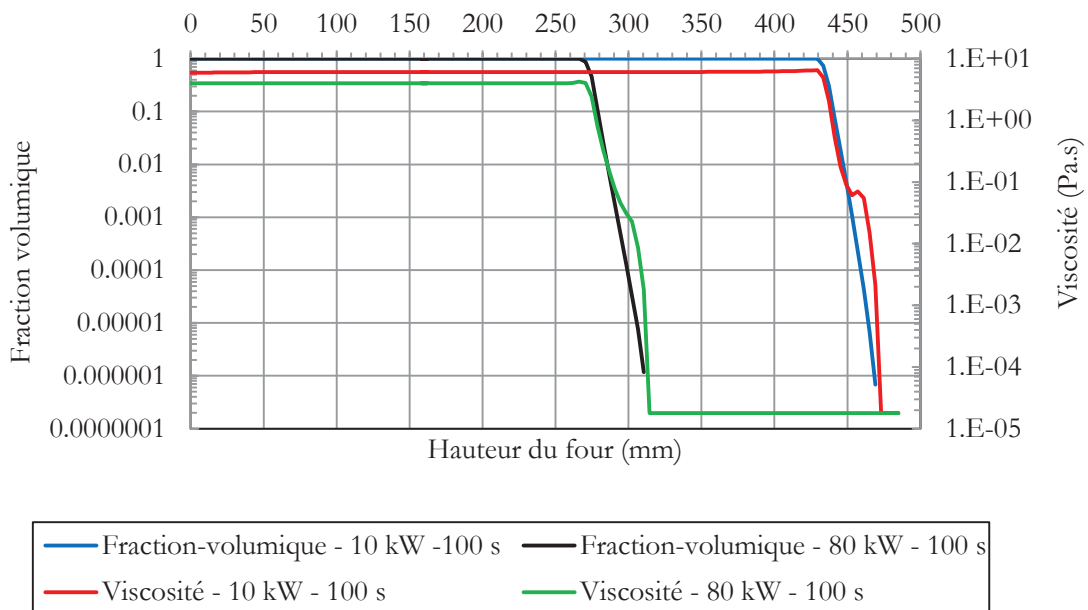


Figure 3.24 : Profils de la fraction-volumique et de viscosité le long de l'axe vertical du four à  $t = 100$  s, pour les puissances Joule initiales de 10 et 80 kW. Echelle logarithmique pour la viscosité.

A partir des profils de la fraction-volumique, nous avons calculé le niveau et la vitesse de déplacement de la surface libre, Tableau 3.7. Pour un niveau initial de 485 mm, après 100 s de vidange, le niveau de la charge de verre est de 440 mm, pour le cas à 10 kW et est de 280 mm, pour le cas à 80 kW. Cela nous donne une vitesse de déplacement de la surface libre de 0,45 mm/s, pour le cas à 10 kW ; et de 2,05 mm/s, pour le cas à 80 kW.

Tableau 3.7 : Niveau et vitesse de déplacement de la surface libre pour les cas de 10 et 80 kW à 100 s de vidange.

| Puissance<br>Joule initiale | Niveau de la<br>surface libre | Vitesse de déplacement<br>de la surface libre |
|-----------------------------|-------------------------------|---|
| 10 kW                       | 440 mm                        | 0,45 mm/s                                     |
| 80 kW                       | 280 mm                        | 2,05 mm/s                                     |

Cette analyse, nous permet de quantifier l'influence de la puissance Joule sur le niveau de la charge de verre. Dans notre cas, un facteur de 8 sur la puissance Joule initiale résulte dans un facteur 4,5 sur la vitesse de déplacement de la surface libre.

## 3.7 Conclusion

L'algorithme de couplage thermo-électromagnétique développé dans ce chapitre permet de modéliser la vidange d'un four chauffé par induction. L'influence de la variation de la surface libre sur le champ de température et sur la distribution de densité de puissance Joule est bien prise en compte. La forte dépendance des propriétés physiques du verre en fonction de la température a été bien modélisée.

Les calculs présentés montrent que le couplage fonctionne. Notons, toutefois, que les conditions de cette étude sont particulières. Dans le modèle présenté, nous n'avons pas pris en compte la thermo convection. De plus les conditions d'initialisation du problème sont particulières : une alimentation en continue du four par un flux de verre à 1400 K avec une vitesse de 0,02 m/s.

Dans cette modélisation, nous n'avons pas de système de brassage, ainsi nous avons un accroissement des gradients de température au cours du temps. Ce mode de vidange n'est pas totalement représentatif du dispositif étudié, mais il nous a permis de mettre en place l'algorithme de couplage électromagnétique-thermohydrodynamique pour la vidange. Nous avons pu montrer que les couplages étaient correctement pris en compte. L'évolution des divers paramètres au cours de la vidange ont permis la mise en évidence d'un comportement cohérent du modèle.

Dans le chapitre suivant, nous décrivons le développement d'un modèle de vidange d'un four chauffé par induction avec le brassage mécanique.

## 4 Etude de la vidange d'un bain de verre avec agitation mécanique

### 4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons un modèle numérique pour la vidange du four chauffé par induction avec le brassage mécanique. Cette configuration est celle qui se rapproche le plus de l'installation réelle.

A partir de ce modèle, nous allons étudier l'influence de la rotation de la pale à la fois sur le champ de vitesse et la déformation de la surface libre correspondante, sur le champ de température et sur la distribution de densité de puissance Joule. Enfin nous analyserons la dépendance de propriétés physiques du verre en fonction de la température.

Nous avons utilisé le couplage thermo-électromagnétique pour le cas sans agitation mécanique, développé dans le chapitre 3, comme base pour les travaux de modélisation de la vidange avec brassage mécanique.

Dans les sections suivantes, nous décrivons les modèles électromagnétique, thermique et hydrodynamique avec brassage mécanique. Ensuite, nous présentons l'algorithme de couplage thermo-électromagnétique de la vidange avec agitation mécanique. Enfin nous fournissons un exemple de la mise en œuvre du couplage complet pour un cas de puissance Joule initiale de 80 kW.

### 4.2 Modèle électromagnétique

Nous avons adopté deux formulations, proposées par le logiciel Flux®, pour la résolution du champ électromagnétique dans le cas d'une vidange avec agitation mécanique : la formulation en impédance de surface et la formulation en potentiels vecteur et scalaire dite A-V.

La formulation en impédance de surface a été choisie par le calcul du champ électromagnétique sur l'agitateur, car elle est plus adaptée pour les cas de fine peau électromagnétique. Ceci correspond à notre cas, car nous avons une épaisseur de peau de 0,7 mm pour l'agitateur, en considérant la fréquence d'induction égale à 280 kHz. Le champ électromagnétique dans la charge de verre et dans l'air sont résolus par la formulation A-V car la peau électromagnétique dans le verre est beaucoup plus grande, supérieur à 300 mm.

### 4.3 Modèle thermo-hydraulique avec agitation mécanique

L'écoulement de la vidange du four avec agitation mécanique a été décrit par un modèle thermique et hydrodynamique qui utilise les équations de la continuité (1.15), de Navier-Stokes (1.16) et de l'énergie (1.17). L'écoulement dû à l'agitateur mécanique a été résolu par le modèle

numérique « Multiple Reference Frame – MRF ». Le comportement rhéologique du fluide est toujours supposé Newtonien. Cette hypothèse est bien vérifiée sauf aux extrémités de la pale, zone de forts gradients de vitesse, où les effets non-newtoniens seraient susceptibles de se produire.

## 4.4 Couplage thermo-électromagnétique avec agitation mécanique

La technique de couplage thermo-électromagnétique, présentée dans la section 3.4, a été modifiée afin de prendre en compte le brassage mécanique pendant la vidange du four. Cette modification a concerné l'intervalle de couplage entre les sous-systèmes thermo-hydraulique et électromagnétique. Celui-ci a été fixé à chaque tour complet de l'agitateur mécanique.

Nous avons adopté la géométrie de la cuve expérimentale Ø650 mm pour la génération des domaines de calcul thermo-hydraulique et électromagnétique. Nous avons décidé d'utiliser le maillage de l'étude hydraulique de la vidange avec agitation mécanique dans le sous-système thermo-hydraulique. Les dimensions de la cuve sont rappelées dans le Tableau 4.1, et les caractéristiques du maillage du domaine de calcul thermo-hydraulique sont listées dans le Tableau 4.2.

Tableau 4.1 : Les dimensions et caractéristiques du domaine de calcul thermo-hydraulique.

| Paramètres                 | Cuve Ø650 mm              |
|----------------------------|---------------------------|
| Hauteur de la cuve         | 200 mm                    |
| Rayon de la cuve           | 325 mm                    |
| Hauteur du tube de coulée  | 50 mm                     |
| Rayon du tube de coulée    | 20 mm                     |
| Position du tube de coulée | Désaxé en 86 mm du centre |

Tableau 4.2 : Les dimensions et caractéristiques du maillage utilisé pour le calcul thermo-hydraulique.

| Paramètres               | Cuve Ø650 mm |
|--------------------------|--------------|
| Taille minimale          | 1 mm         |
| Taille maximale          | 10 mm        |
| Rapport d'agrandissement | 1,2          |
| Types d'éléments         | polyédrique  |
| Nombre total d'éléments  | 515054       |

Le domaine de calcul électromagnétique, Figure 4.1, a été généré à l'aide du logiciel Flux®. La technique de modélisation est celle adoptée pour le modèle électromagnétique sans agitation. Nous avons modélisé la charge de verre, l'agitateur et le volume d'air autour du four. Les parois du four et l'inducteur n'ont pas été modélisés afin de réduire le temps de calcul. Nous avons utilisé comme source du champ électromagnétique une bobine non-maillée.

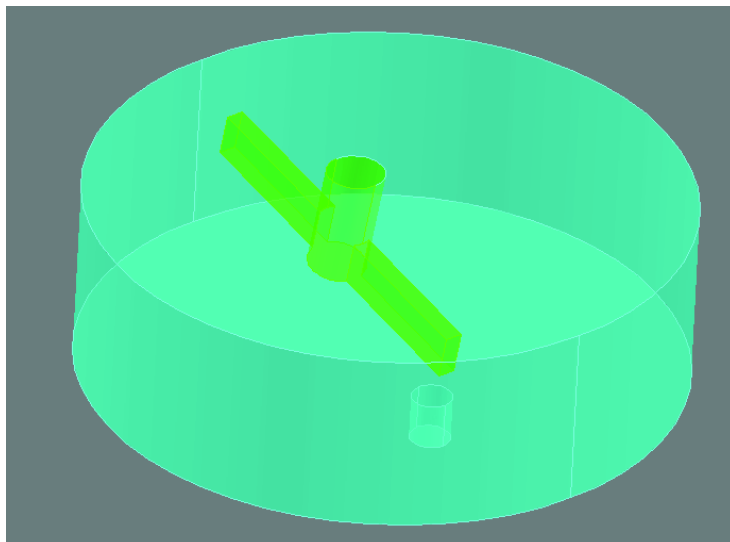


Figure 4.1 : Domaine de calcul électromagnétique.

Nous avons généré un maillage composé d'éléments finis du premier ordre de longueur variant entre 5 et 50 mm. Le maillage final présente environ 1 million de cellules. Celles-ci sont distribuées entre la charge de verre (90 mille cellules), l'agitateur et le volume d'air. La Figure 4.2 détaille le maillage de la charge de verre et le positionnement de la bobine non-maillée.

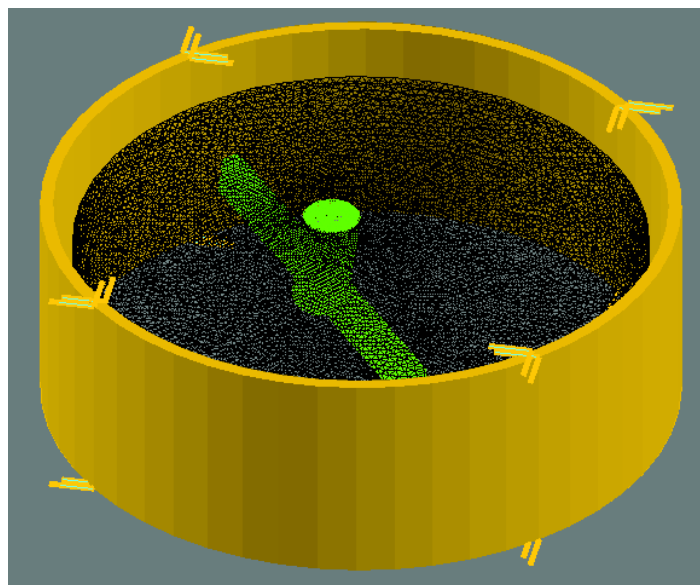


Figure 4.2 : Maillage électromagnétique avec la bobine non-maillée.

Le couplage entre thermo-électromagnétique a été traité en deux phases : une première phase d'initialisation et une seconde phase de résolution de la vidange du four. Ces deux phases sont détaillées ci-après.

##### 4.4.1 Initialisation du calcul de vidange

Dans l'étape d'initialisation, nous nous sommes intéressés à la génération des conditions initiales pour le démarrage de la vidange. Pour cela, nous avons modélisé un four chauffé par induction

avec agitation mécanique en alimentation continue par du verre fondu uniformément reparti en surface. Les conditions initiales seront obtenues à partir de la solution thermo-hydraulique avec un champ thermique homogénéisé.

Les conditions initiales thermo-hydrauliques sont les champs de pression, de vitesse et de température. Ceux-ci seront transférés du cas « d'initialisation » vers le cas « de résolution » de la vidange. Par rapport à la condition initiale électromagnétique, la densité de puissance Joule sera calculée par le cas d'initialisation électromagnétique à partir du champ de température homogénéisé.

La Figure 4.3 présente le schéma du couplage entre les solutions thermo-hydraulique et électromagnétique. Les échanges entre les deux logiciels sont la carte de la densité de puissance Joule du cas électromagnétique vers le cas thermo-hydraulique, et de la carte du champ de température du cas thermo-hydraulique vers le cas électromagnétique.

Dans le cas de l'initialisation thermo-hydraulique, nous modélisons le flux de verre fondu en régime stationnaire dans le four avec l'agitation mécanique. L'écoulement du verre est considéré comme laminaire. Cette hypothèse sera aussi adoptée dans la phase de résolution de la vidange du four. La solution électromagnétique prend en compte la variation de conductivité électrique du verre en fonction de la température.

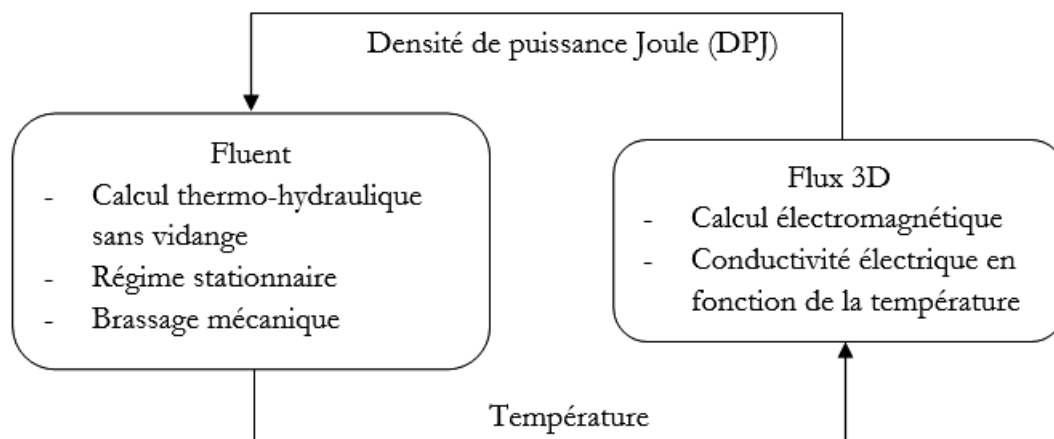


Figure 4.3 : Schéma du couplage entre les sous-systèmes thermique et électromagnétique dans l'étape d'initialisation du calcul de la vidange du four avec agitation mécanique : calcul thermo-hydraulique du flux de verre et calcul thermo-hydraulique de la vidange du four

Nous avons gardé les critères de convergences de la phase d'initialisation du modèle de couplage sans agitation mécanique, c'est-à-dire, la convergence de la puissance Joule injectée et la stabilisation de la température du bain de verre.

#### 4.4.2 Résolution de la vidange du four

Dans cette phase, nous modélisons l'écoulement de la vidange du four chauffé par induction en présence de l'agitateur mécanique. L'écoulement est résolu à partir du couplage entre les modèles thermo-hydraulique de la vidange avec agitation mécanique et électromagnétique.



Dans le modèle thermo-hydraulique, l'écoulement diphasique verre/air est résolu par le modèle numérique « VOF ». Nous avons considéré la densité de puissance Joule comme la source de chaleur de la charge de verre. Celle-ci est importée du calcul électromagnétique et maintenue constante au cours de la vidange. En revanche, nous avons adapté la puissance Joule injectée par rapport à la masse de verre encore présente dans le four.

Dans le modèle électromagnétique, la dépendance des propriétés électriques du verre en fonction de la température est prise en compte dans la formulation de la conductivité électrique. A la formulation de la conductivité électrique est incorporée la fraction volumique du verre pour le suivi de l'interface verre/air pendant la vidange. Le mouvement de la pale n'est pas modélisé dans le code électromagnétique. Cette hypothèse est réaliste car la fréquence du champ magnétique est bien plus grande que la fréquence correspondant à la vitesse angulaire du rotor.

Le couplage entre les deux résolutions, Figure 4.5, est réalisé à chaque tour complet de l'agitateur, car au moment du transfert de données, il faut avoir le même positionnement de l'agitateur et des éléments dans les modèles thermo-hydraulique et électromagnétique. Ces deux conditions ne rendent pas envisageable le couplage au demi-tour ou pour une autre position de l'agitateur.

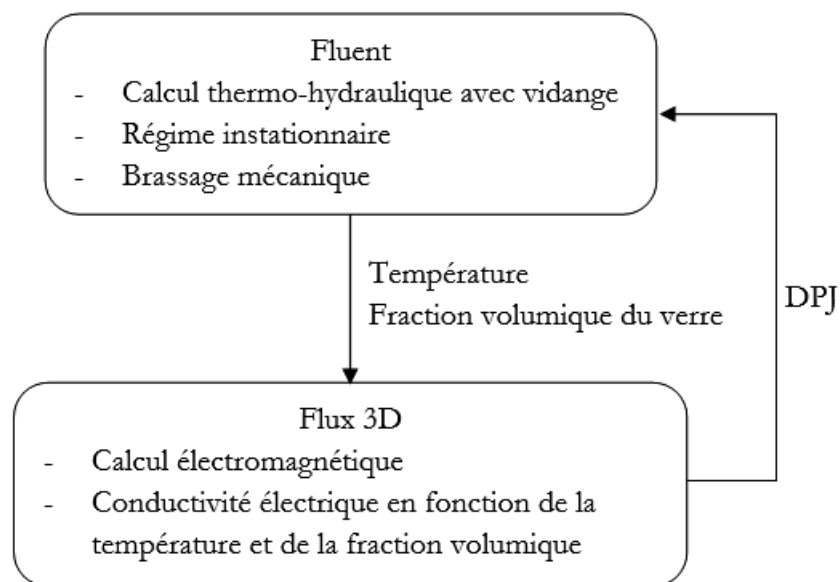


Figure 4.4 : Schéma du couplage entre les sous-systèmes thermique et électromagnétique dans l'étape de résolution du calcul de vidange du four avec brassage mécanique.

L'algorithme de couplage thermo-électromagnétique, en détaillant les phases d'initialisation et de résolution de la vidange, est présenté dans la Figure 4.5.

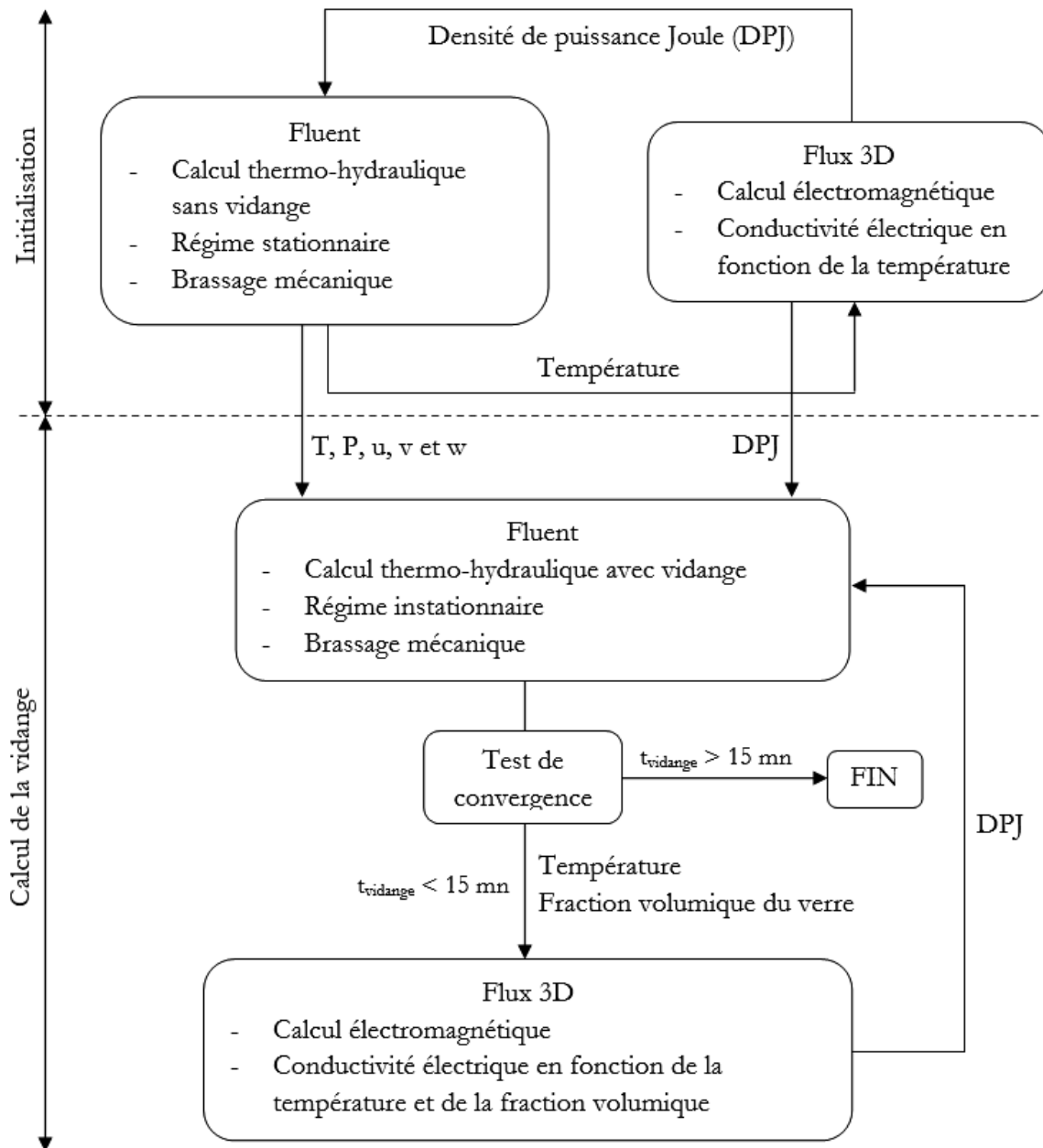


Figure 4.5 : Schéma d'un cycle de couplage thermo-électromagnétique avec l'implémentation du drainage du four et le brassage mécanique, en détaillant l'étape d'initialisation du calcul, de la résolution de la vidange et les conditions initiales pour le calcul thermo-hydraulique de la vidange.

Dans la section suivante, nous présentons la mise en œuvre de l'algorithme de la vidange du four avec agitation mécanique pour une puissance Joule initiale de 80 kW.

## 4.5 Mise en œuvre de la modélisation de la vidange du bain de verre avec dispositif de convection forcée

La mise en œuvre du modèle de couplage avec agitation mécanique a été réalisée pour un cas d'étude avec une puissance Joule initiale de 80 kW. Dans ce modèle, nous avons utilisé le verre « UOx2 » comme fluide de travail. Nous n'avons pas pu réaliser une étude paramétrique en faisant varier la puissance en raison de l'importance des temps de calcul, comme nous le verrons ci-après.

Ce modèle a comme objectif l'étude :

- de l'interaction entre l'agitateur mécanique et la surface libre du verre fondu,
- de l'influence de l'agitateur et de la surface libre sur le champ de température et sur la distribution de la densité de puissance Joule,
- de la variation des propriétés physiques du verre en fonction de la température
- de la formation de l'autocreuset au cours de la vidange.

Dans les sections suivantes, nous décrivons les phases d'initialisation et de résolution de calcul de la vidange du four.

### 4.5.1 Phase d'initialisation du calcul de la vidange du four

Par le cas d'initialisation de la vidange, nous avons modélisé l'alimentation en continue du four par du verre fondu à 1475 K (1200 °C). La vitesse du brassage mécanique est de 50 tr/mn dans le sens horaire.

Par rapport aux conditions aux limites, nous avons adopté sur les parois de l'agitateur et du four, la condition limite de non-glissement et une température de refroidissement de 500 K. Nous avons maintenu la vitesse du verre à une vitesse constante de 0,02 m/s à l'entrée du four et une condition de pression atmosphérique à la sortie du four. Le choix des schémas de discrétisation numérique est présenté dans le Tableau 4.3.

Tableau 4.3 : Configuration du solveur pour le cas d'initialisation du calcul de vidange du four.

| Paramètres                | Schémas de discrétisation     |
|---------------------------|-------------------------------|
| Gradients                 | « Least Square Cell Based »   |
| Termes de convection      | 3 <sup>ème</sup> ordre MUSCL  |
| Termes de diffusion       | 2 <sup>ème</sup> ordre centré |
| Terme de pression         | PRESTO                        |
| Couplage pression-vitesse | PISO                          |
| Energie                   | 3 <sup>ème</sup> ordre MUSCL  |

Dans chaque cycle de couplage, nous avons obtenu un résidu de l'ordre de  $10^{-4}$  pour les équations de la continuité et de la quantité de mouvement, et de l'ordre de  $10^{-6}$  pour l'équation de l'énergie. S'agissant du couplage entre les solutions électromagnétique et thermo-hydraulique, le critère

retenu repose sur la convergence de la puissance Joule dans la solution thermo-hydraulique, ce qui a été obtenu après environ 1500 itérations. La répartition du temps de résolution d'un cycle de couplage entre les solutions électromagnétique et thermo-électromagnétique est présentée dans le Tableau 4.4.

Tableau 4.4 : Répartition du temps de calcul entre les solveurs électromagnétique et thermo-hydraulique dans un cycle de couplage thermo-électromagnétique.

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| Temps de calcul électromagnétique  | 30 mn     |
| Temps de calcul thermo-hydraulique | 2 h       |
| Temps total d'un cycle de couplage | 2 h 30 mn |

Le temps de calcul a été d'environ une semaine par processeur, en utilisant une résolution en parallèle sur quatre processeurs Intel @Xeon 2,5 GHz.

Le champ de température et la distribution de la densité de puissance Joule obtenus à la fin du calcul d'initialisation sont présentés dans la Figure 4.6.

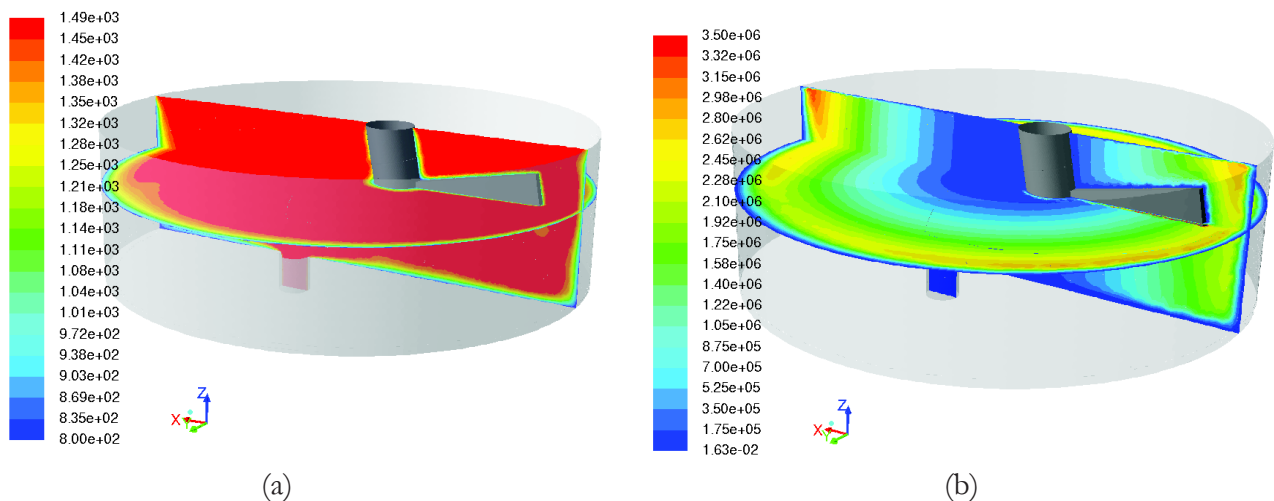


Figure 4.6 : Conditions initiales pour la résolution de la vidange du four. Champ de température (a). Distribution de densité de puissance Joule (b).

Nous avons obtenu une bonne homogénéisation du champ thermique, Figure 4.6 (a), avec une température maximale de l'ordre de 1500 K. Nous avons remarqué la formation d'un autocreuset aux parois du four et d'une couche de verre solidifié sur la surface de l'agitateur mécanique. La distribution de la densité de puissance Joule, Figure 4.6 (b), fait apparaître une concordance avec le champ de température.

Dans la section suivante, nous présentons la description du calcul de résolution de la vidange du four.

#### 4.5.2 Phase de résolution de la vidange du four

Dans la phase de résolution de la vidange avec agitation mécanique, nous avons modélisé un four avec une densité moyenne de puissance Joule constante.

Nous avons modifié la condition limite à l'entrée du four pour prendre en compte l'injection d'air dans le domaine au-dessus du four lors de la vidange de l'air. L'air rentre dans le domaine à la pression atmosphérique et à une température de 500 K. Les conditions aux limites sur l'agitateur mécanique, les parois et la sortie du four ont été maintenues. L'accélération de la gravité (9,81 m/s) a été définie dans tout le domaine de calcul. La vitesse de rotation a été de 50 tr/mn (sens horaire).

Le calcul de vidange a été initialisé avec le four et avec la busette de coulée remplis de verre. La distribution de la densité de puissance Joule et les champs de pression, vitesse et température a ont été importés du calcul d'initialisation.

Nous avons adopté la formulation implicite pour la discrétisation temporelle de la fraction volumique. Le Tableau 4.5 présente le choix des schémas de discrétisation adopté pour la résolution de la vidange.

Tableau 4.5 : Configuration du solveur pour le cas résolution du calcul de vidange du four.

| Paramètres                | Schémas de discrétisation        |
|---------------------------|----------------------------------|
| Gradients                 | « Least Square Cell Based »      |
| Termes temporels          | 1 <sup>ère</sup> ordre implicite |
| Termes de convection      | 3 <sup>ème</sup> ordre MUSCL     |
| Termes de diffusion       | 2 <sup>ème</sup> ordre centré    |
| Terme de pression         | PRESTO                           |
| Couplage pression-vitesse | PISO                             |
| Fraction volumique        | Compressive                      |
| Energie                   | 3 <sup>ème</sup> ordre MUSCL     |

Nous avons adopté un pas de temps de 0,006 s. Pour ce pas de temps, nous avons obtenu une convergence inférieure à  $10^{-4}$  pour toutes les équations de la solution thermo-hydraulique.

Le temps de calcul a été de trois jours pour environ 16 s de vidange, en utilisant une résolution par calcul parallèle sur quatre processeurs Intel @Xeon 2,5 GHz. Le Tableau 4.6 présente le temps de calcul pour les solutions électromagnétique et thermo-hydraulique dans un cycle de couplage.

A titre de comparaison, en s'utilisant la technique de maillage mobile « Sliding Mesh » pour modéliser le brassage mécanique, le temps de calcul par processeur augmente dans un facteur 4. Ce qui correspond à deux semaines de calcul pour environ 16 s de vidange.

Tableau 4.6 : Temps de calcul pour les solutions électromagnétique et thermo-hydraulique dans un cycle de couplage.

|                                    |           |
|------------------------------------|-----------|
| Temps de calcul électromagnétique  | 30 mn     |
| Temps de calcul thermo-hydraulique | 4 h 30 mn |
| Temps total d'un cycle de couplage | 5 h       |

Dans la section suivante, nous présentons les résultats de la vidange du four avec agitation mécanique pour une puissance Joule initiale de 80 kW.

## 4.6 Résultats de la vidange pour une puissance Joule initiale de 80 kW

Nous présentons dans cette section les résultats pour les 15,6 s initiales de la vidange du four. Ce qui correspond à 13 tours de l'agitateur pour une vitesse de 50 tr/mn.

Nous avons évalué dans notre étude les évolutions temporelles : de la puissance Joule injectée dans la charge de verre, de la surface libre du bain de verre, des températures moyennes dans la charge et à la section de sortie de la conduite de coulée, de l'autocreuset, de la distribution de la densité moyenne de puissance Joule, de la température et du champ de vitesse.

Pour une puissance Joule initiale de 80 kW, nous avons vérifié que la densité de puissance a été maintenue constante, car la Figure 4.7 montre la réduction de la puissance Joule au cours de la vidange en corrélation avec la diminution du volume du bain de verre.

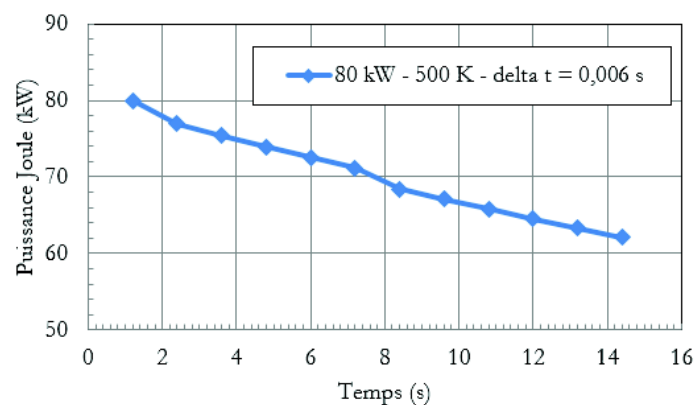
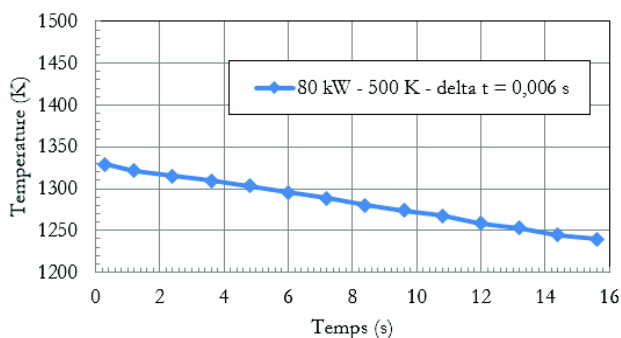
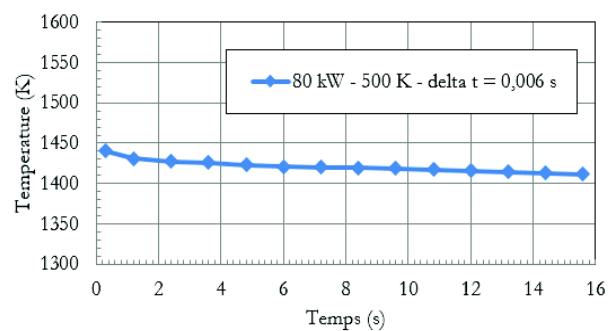


Figure 4.7 : Evolution temporelle de la puissance Joule injectée dans la charge de verre.

Nous avons étudié les températures moyennes dans le bain de verre, et à la sortie du tube de coulée. Nous avons remarqué une réduction plus accentuée de la température moyenne dans le bain de verre, Figure 4.8 (a). Celle-ci peut être estimée en environ 40 K. La température moyenne à la sortie du tube de coulée, Figure 4.8 (b), a présenté un profil assez constant. Ces résultats pour l'évolution de la température montrent que le fait d'imposer la densité de puissance Joule constante est une technique capable de contrôler la température dans le modèle de la vidange.



(a)



(b)

Figure 4.8 : Evolution temporelle de la température moyenne dans le bain (a) et à la sortie du tube de coulée (b).

Pour le début de la vidange, nous avons retrouvé un débit massique d'environ 3 kg/s. Cet ordre de grandeur coïncide aux valeurs observées au déclenchement de la coulée dans le pilote installé à l'Atelier de vitrification du CEA de Marcoule.

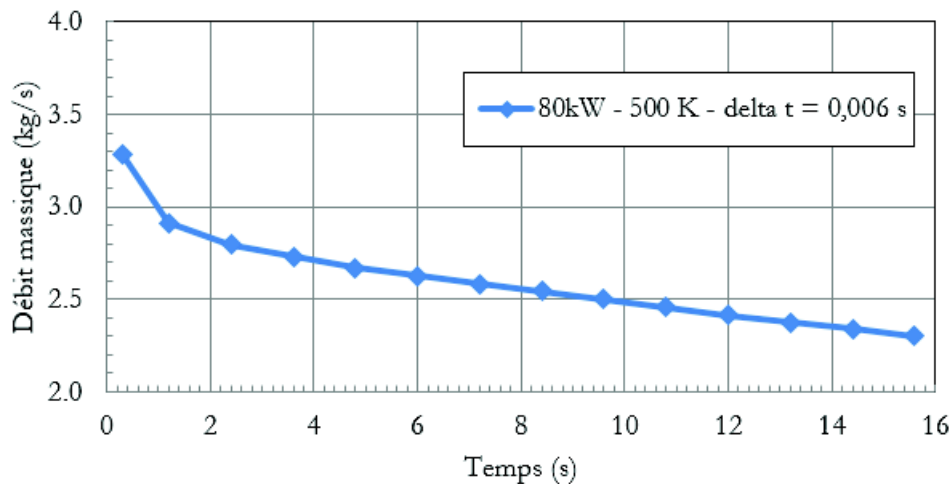


Figure 4.9 : Evolution temporelle du débit massique.

#### 4.6.1 Etude de l'autocreuset

Nous avons évalué la formation de l'autocreuset au cours de la vidange. La viscosité du verre dans l'autocreuset a été limitée entre 10 et  $10^4$  Pa.s. Dans la Figure 4.10, nous avons illustré la superposition des profils de l'autocreuset pour les instants de 1,2 ; 8,4 et 15,6 s. De cette analyse, on peut conclure que d'une part les variations des profils de l'autocreuset au cours de la vidange sont négligeables et que, d'autre part, le brassage mécanique a un effet important sur l'épaisseur de l'autocreuset. Cette dernière conclusion peut être observée par la différence d'épaisseur de l'autocreuset. En effet, nous remarquons que la paroi la plus proche de l'agitateur présente une épaisseur d'autocreuset plus faible. Ceci peut être expliqué par l'effet du transport par convection forcée du verre chaud près de la paroi. Ce phénomène illustre l'importance du positionnement du rotor (ou de la busette de coulée) dans le bain de verre. En effet, pour éviter le bouchage de la busette, le rotor doit être suffisamment proche du fond de la cuve.

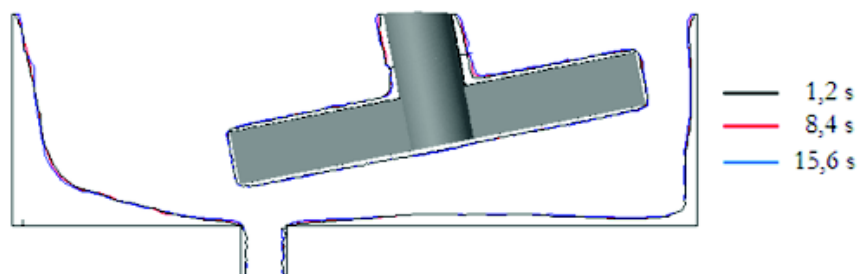


Figure 4.10 : Profil de l'autocreuset sur le plan-xz pour  $t = 1,2 ; 8,4$  et  $15,6$  s (a). Viscosité entre 10 à  $10^4$  Pa.s



Nous avons observé la formation d'un autocreuset aussi sur les parois du tube de coulée. Cela peut augmenter le temps de vidange, car il y a réduction du diamètre effectif du tube de coulée. Ceci pourrait conduire à un blocage de la coulée pour de plus faibles puissances Joule. Ce point n'a pas pu être vérifié en raison de la durée des temps de calcul.

Dans la Figure 4.11, nous avons une plaque coupée d'un bloc de verre élaboré à l'Atelier de Vitrification du CEA de Marcoule. Sur cette plaque, nous observons une couche de verre plus foncée aux bords de la plaque. Cette zone sombre correspond à la structure de l'autocreuset. Nous avons délimité l'autocreuset par des croix rouges afin de faciliter son identification.

Nous avons effectué une comparaison entre le profil numérique de l'autocreuset, Figure 4.10, et celui d'une coupe du lingot de verre, Figure 4.11, obtenue expérimentalement. Il s'agit d'une coupe dans un plan vertical décentré par rapport au plan méridien montré dans la Figure 4.10. Aussi la comparaison ne peut être que qualitative. Néanmoins, il ressort que le modèle numérique est bien capable de modéliser la formation de l'autocreuset lors de la vidange du four, les épaisseurs d'autocreuset étant du même ordre de grandeur.

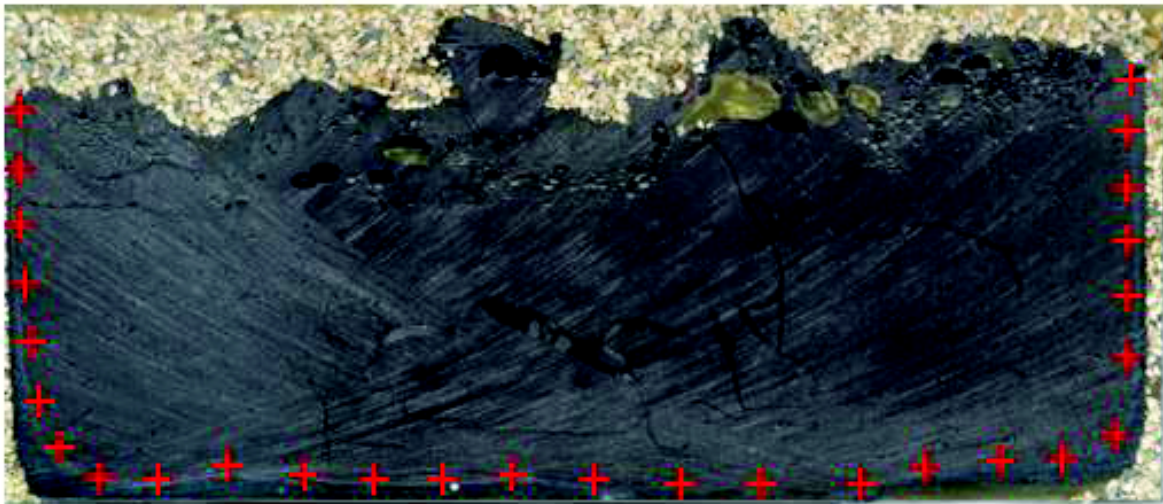


Figure 4.11 : Visualisation de l'autocreuset dans une plaque de verre élaboré à l'Atelier de Vitrification du CEA de Marcoule.

La Figure 4.12 présente la visualisation tridimensionnelle de l'autocreuset pour  $t = 8,4$  s. Nous avons remarqué que l'autocreuset présentait des excroissances sur le fond de la cuve. Ce phénomène est en cohérence avec la distribution du champ de température (voir par exemple la Figure 4.18b). Il s'agit d'un effet de la pale qui force la remontée de verre froid en forme de panache à partir du fond et donc déforme l'autocreuset.



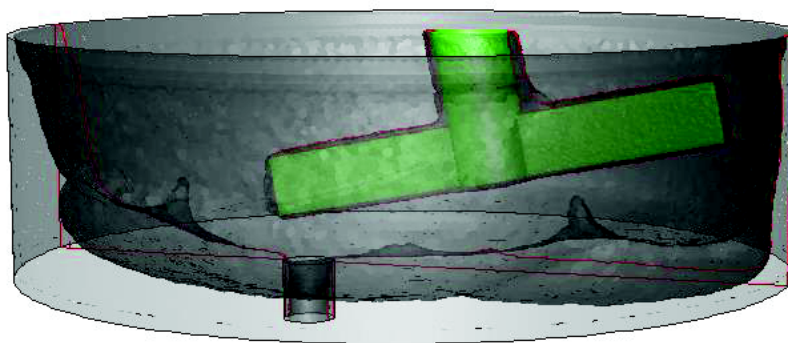


Figure 4.12 : Visualisation tridimensionnelle (en gris) et sur le plan-xz (en rouge) de l'autocreuset pour  $t = 8,4$  s. Viscosité du verre entre 10 et  $10^4$  Pa.s.

#### 4.6.2 Etude de la surface libre

La méthode VOF permet de suivre l'évolution de la surface libre à tout instant. Nous avons évalué le déplacement de la surface libre comme le montre la Figure 4.13. Nous avons tracé les profils dans le plan « x,z » pour les instants de 1,2 ; 8,4 et 15,6 s. Nous avons remarqué l'influence de l'agitateur mécanique sur la déformation de la surface libre dans le premier tour de pale (1,2 s). A mesure que le verre s'écoule, cet effet est intensifié et nous remarquons que le verre était « accroché » sur parois latérales du four en correspondance avec la formation de l'autocreuset. Ceci est particulièrement visible pour un temps de 15,6 s.

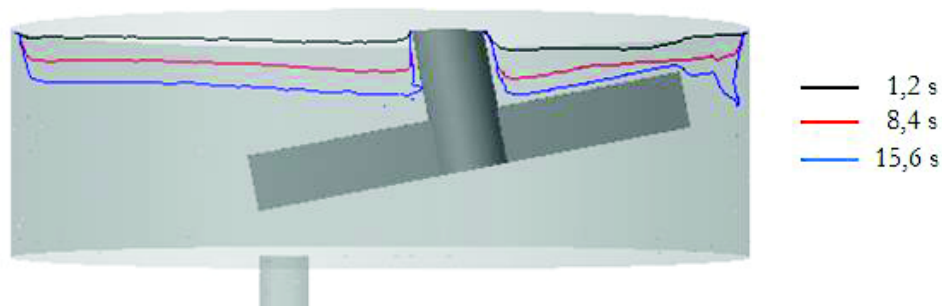


Figure 4.13 : Déplacement de la surface libre sur le plan-xz pour  $t = 1,2$  ; 8,4 et 15,6 s.

Proche de la paroi droite du four, dans la Figure 4.13, nous avons remarqué une déformation accentuée de la surface libre pour  $t = 15,6$  s. Celle-ci est expliquée par l'interaction entre l'agitateur et l'interface du verre. Ceci est confirmé par la Figure 4.14, qui représente les formes de surface libre avec la fraction volumique dans les plans « x,z » et « y,z » pour les instants de 1,2 et 15,6 s. L'échelle de la fraction volumique varie de zéro vers l'unité, zéro indiquant la présence de l'air et l'unité la présence du verre. La transition entre les deux fluides est représentée par les valeurs entre zéro et l'unité.

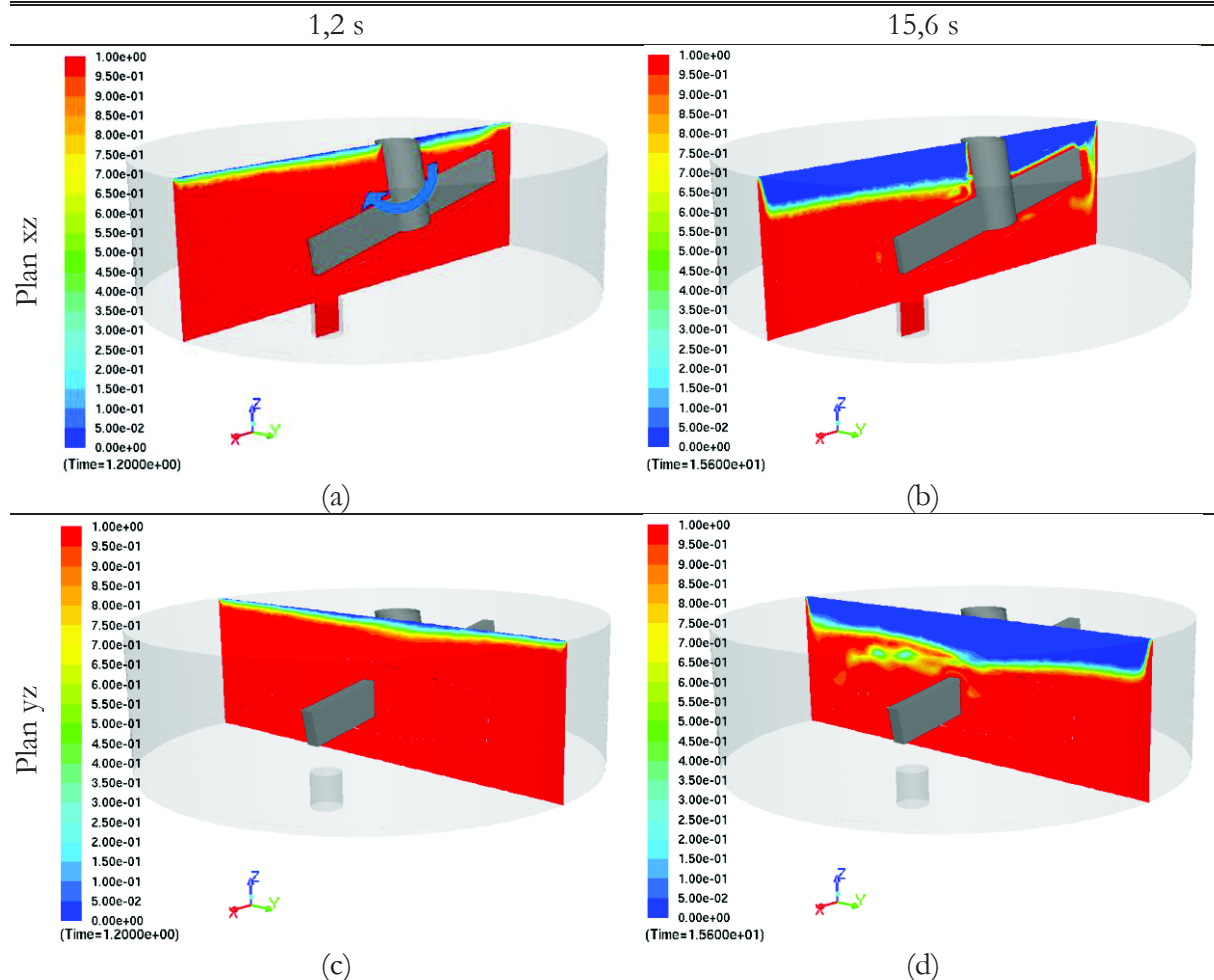


Figure 4.14 : Profil de la fraction volumique sur les plans « xz » et « yz » pour les instants de 1,2 et 15,6 s. 50 tr/mn – sens horaire (flèche bleue).

En considérant la Figure 4.14 (b), nous retrouvons la déformation accentuée de la surface libre proche de la paroi droite du four, déjà observée dans la Figure 4.13. On remarque aussi un entrainement d'air causé par l'interaction entre la surface libre et l'agitateur mécanique. Ce phénomène apparaît lorsque la pale commence à être dénoyée lors de la vidange. Ceci est aussi visible dans la Figure 4.14(d). En effet, dans la Figure 4.14 (d) montrant le profil de la fraction volumique dans le plan « y,z », nous remarquons un autre effet du brassage mécanique : la formation de poches d'air en dessous de la surface libre. Ce qui nous conduit à la conclusion que la surface libre n'est pas continue dans toute l'extension du diamètre du four. La position de l'agitateur n'a pas été modifiée dans les visualisations des profils sur le plan « y,z ».

### 4.6.3 Etude thermo-électromagnétique

La distribution de la densité de puissance Joule a été étudiée pour les instants de 1,2 et 15,6 s dans les plans « x,z » et « y,z », Figure 4.15. Dans les premières secondes de coulée, Figure 4.15 (a) et (c), on remarque que la distribution de la densité de puissance Joule dans les plans « x,z » et « y,z » est assez bien répartie dans le domaine de verre. En revanche, après environ 15 s, nous observons des altérations significatives de la distribution de la densité de puissance Joule dans la région où l'agitateur est plus proche de la paroi du four, Figure 4.15 (b) et (d).

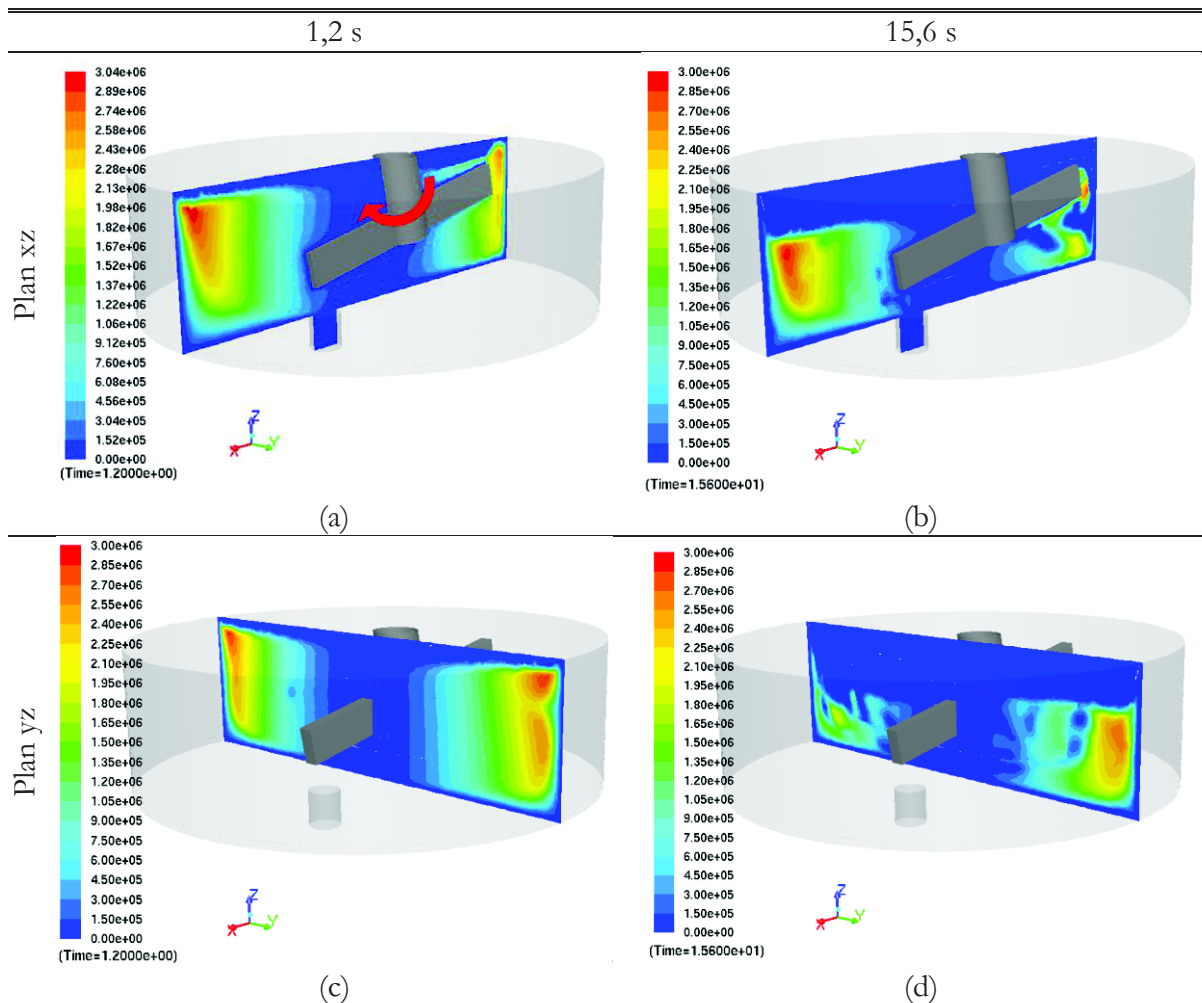


Figure 4.15 : Profil de la densité de puissance Joule sur les plans «  $xz$  » et «  $yz$  » pour les instants de 1,2 et 15,6 s. 50 tr/mn – sens horaire (flèche rouge).

Cette altération peut être expliquée en partie par la présence de l'air qui est entraîné par le brassage mécanique. Nous avons observé une corrélation entre la distribution de la densité de puissance Joule et le déplacement de la surface libre du verre, Figure 4.15 (b) et (d). Cependant, il un autre phénomène pourrait aussi se produire. En effet, le rotor transporte du liquide froid en provenance du fond vers le centre de la cuve. Or la conductivité électrique étant fortement dépendante de la température, toute zone froide est caractérisée par un moins bon couplage électromagnétique, donc une diminution locale de la densité de puissance Joule. Cependant ce phénomène n'est pas confirmé par les cartes de température montrées en Figure 4.18.

En complément à ces analyses, la Figure 4.16 présente les visualisations tridimensionnelles de la densité de puissance Joule pour une valeur de  $1,5 \times 10^6$  W/m<sup>3</sup> dans les instants de 1,2 et 15,6 s. Ces visualisations montrent le caractère uniforme de la densité de puissance Joule au début de la vidange, Figure 4.16 (a) et l'altération de celle-ci au but de 15 s de coulée, Figure 4.16 (b). Dans ces visualisations, nous avons tourné la géométrie d'un angle de 180°.

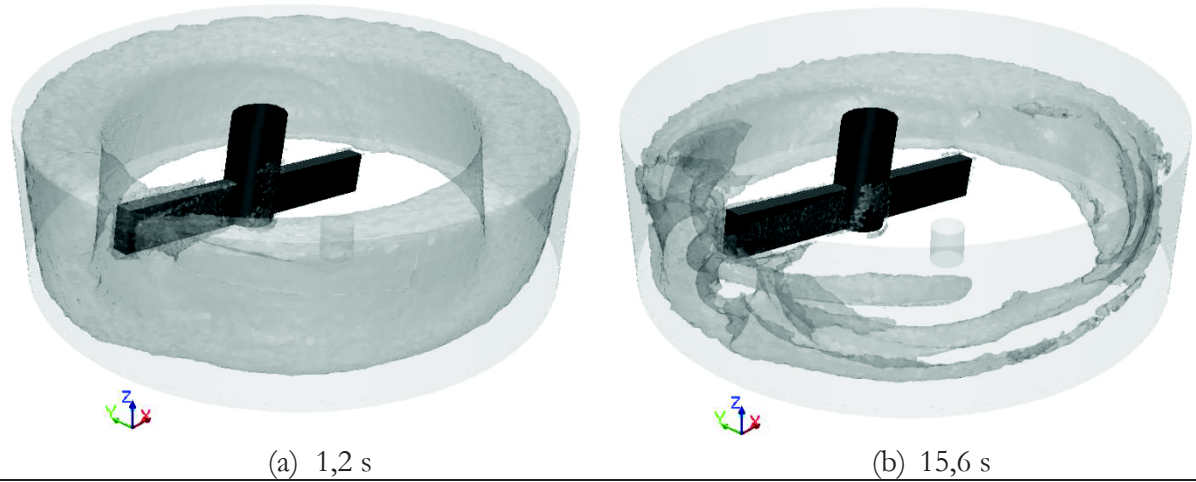


Figure 4.16 : Iso-surface de la densité de puissance Joule pour  $1,5 \times 10^6 \text{ W/m}^3$ .

Pour le champ de température en surface libre, Figure 4.17, nous avons observé un champ thermique homogène en surface libre avec une température d'environ 1500 K. En revanche la région proche à la paroi présente un gradient thermique de l'ordre de 1000 K.

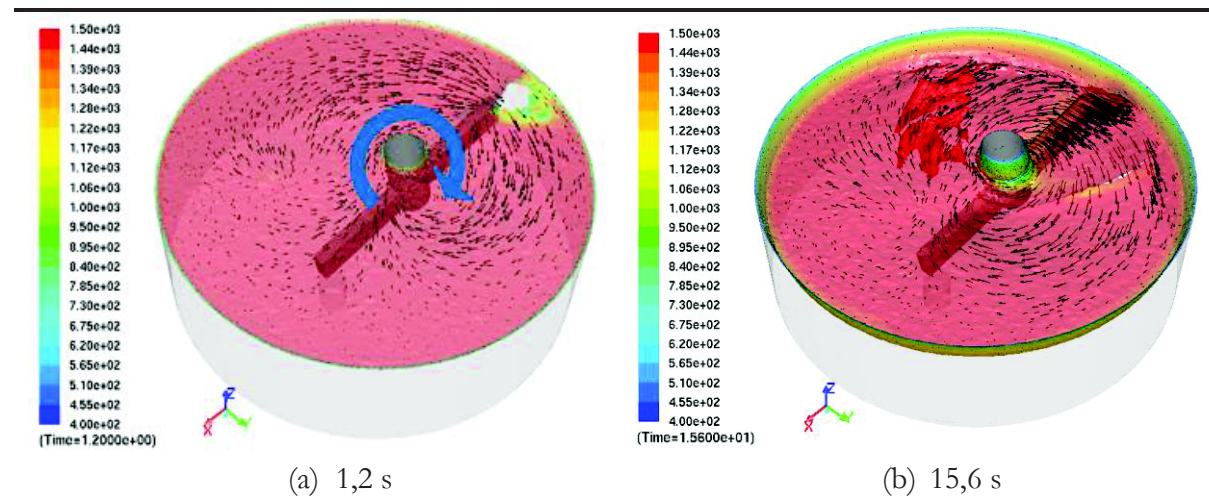


Figure 4.17 : Champ de température en surface libre superposé par des vecteurs de vitesse pour les instants 1,2 et 15,6 s. 50 tr/mn – sens horaire (flèche bleue).

Par rapport au champ de température, nous avons remarqué une bonne homogénéité thermique dans le bain de verre pour les premiers 15 s de vidange, Figure 4.18.



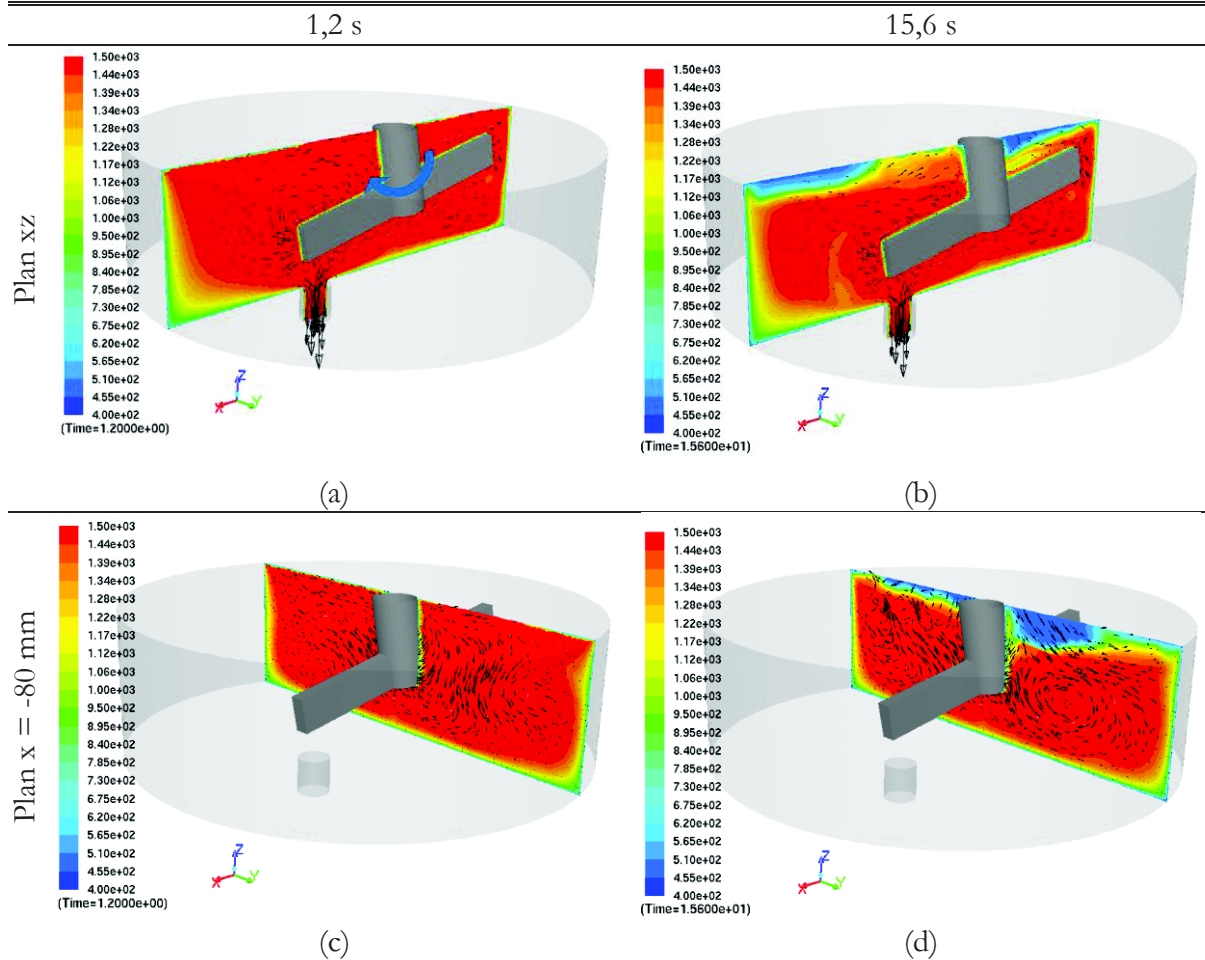


Figure 4.18 : Champ de température sur les plans « x,z » et « x = - 80 mm » superposé par des vecteurs de vitesse pour les instants de 1,2 et 15,6 s. 50 tr/mn – sens horaire (flèche bleue).

Nous notons néanmoins une légère diminution de la température du centre du bain vers les parois du four. Ceci traduit la caractéristique du verre qui a une conductivité thermique variable en fonction de la température.

#### 4.6.4 Etude hydraulique

Le champ de vitesse dans le bain de verre est assez complexe en raison de l'interaction entre le brassage mécanique, au déplacement de la surface libre et au drainage du verre. Pour cette raison, nous avons décidé d'étudier le champ de vitesse sur les plans : « x,z », « z = - 50 mm » et « x = - 80 mm ». La Figure 4.19 présente le champ de vitesse avec en superposition les vecteurs de vitesse sur ces trois plans pour les instants de 1,2 et 15,6 s. Le brassage mécanique est réalisé à 50 tr/mn dans le sens horaire.

Dans le plan « x,z », Figure 4.19 (a) et (b), nous pouvons visualiser le champ de vitesse aux extrémités des pales de l'agitateur et dans la conduite du tube de coulée. Aux extrémités de l'agitateur, nous observons une concentration de zones de recirculation avec une vitesse maximale d'environ 1 m/s. Le passage de verre du four vers le tube de coulée a un effet significatif sur le champ de vitesse. Le champ de vitesse devient plus simple, avec la prédominance de la composante verticale de la vitesse. Nous avons retrouvé comme ordre de grandeur une vitesse maximale d'environ 1,6 m/s.

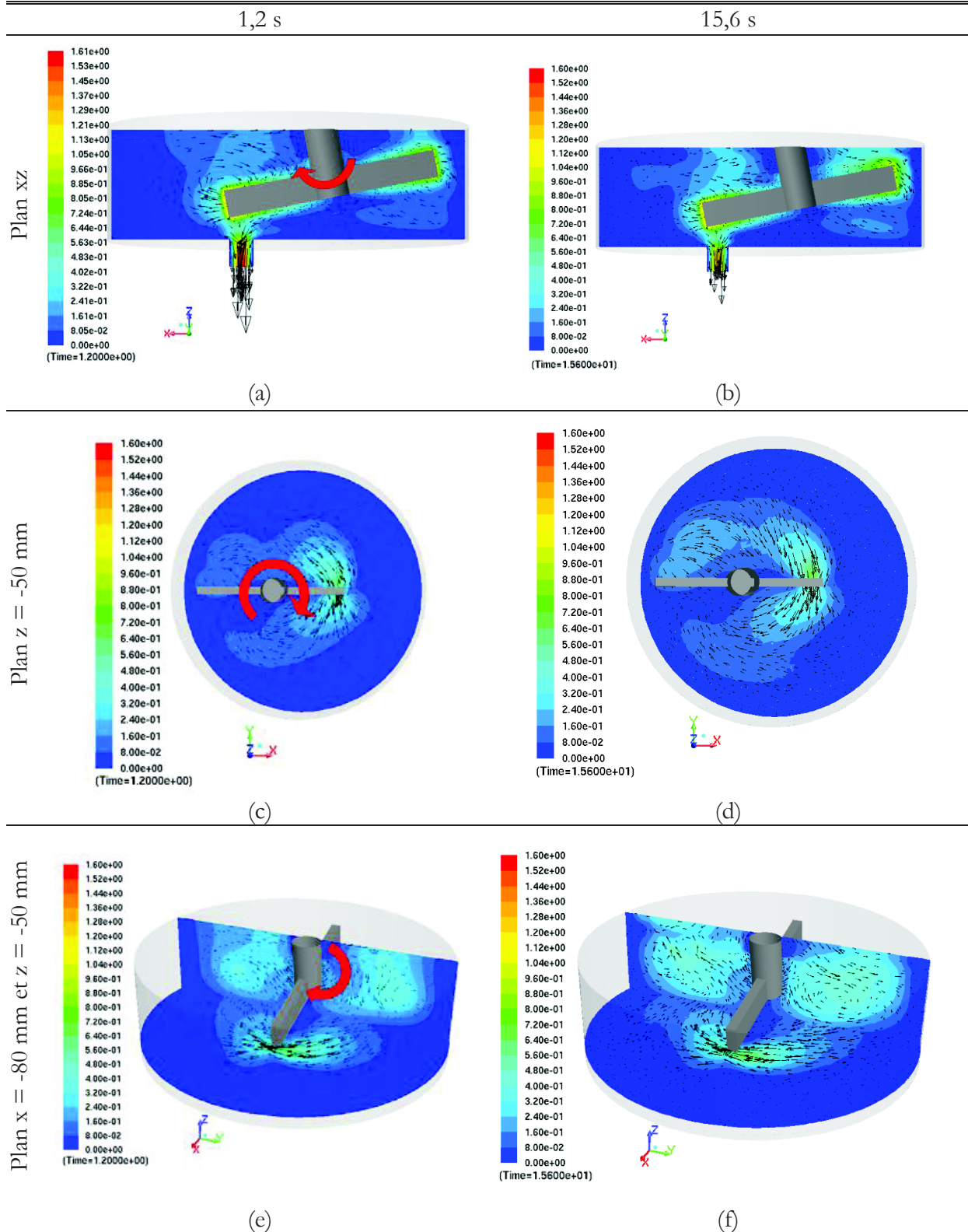


Figure 4.19 : Module du champ de vitesse dans les plans « x,z », « z = - 50 mm » et « x = - 80 mm » en m/s avec superposition des vecteurs de vitesse pour les instants de 1,2 et 15,6 s. 50 tr/mn – sens horaire (flèche rouge).

L'orientation des vecteurs de vitesse, sur les plans « x,z » et « z = - 50 mm », Figure 4.19 (a), (b), (c) et (d), indique que la masse de verre drainée par la conduite de coulée correspond à la portion de verre entraîné par l'agitateur de la partie supérieure du bain vers l'entrée de la conduite.

Pour l'orientation globale du champ de vitesse, la superposition des plans «  $x = -80 \text{ mm}$  » et «  $z = -50 \text{ mm}$  », Figure 4.19 (e) et (f), indique que l'écoulement présente comme direction de déplacement prédominante la direction des pales de l'agitateur.

En considérant les ordres de grandeur présentés par la vitesse dans le bain de verre, le nombre de Reynolds calculé est de varie entre 40 et 450. Ceci confirme l'hypothèse selon laquelle l'écoulement dans le bain de verre est laminaire. Notons que la viscosité varie fortement dans le bain. La valeur du nombre de Reynolds n'est donc qu'indicative. Nous avons adopté une viscosité variant de 1 à 10 Pa.s pour le calcul du nombre de Reynolds.

Pour le champ de vitesse en surface libre, Figure 4.20, nous avons observé une variation d'environ 0,5 m/s entre les instants 1,2 et 15,6 s. Pour  $t = 15,6 \text{ s}$ , nous observons une vitesse maximale l'ordre de 1 m/s, Figure 4.20 (b).

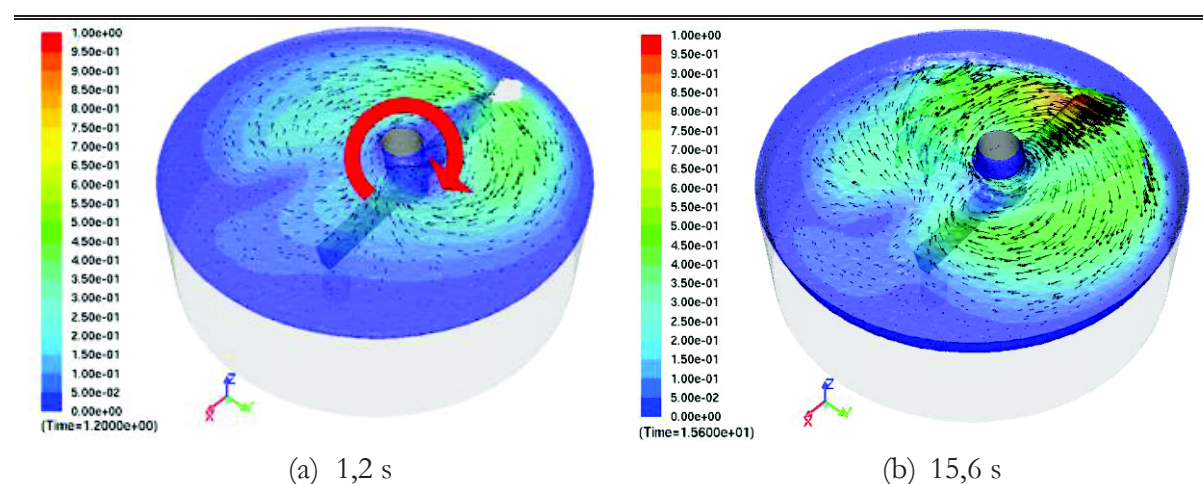


Figure 4.20 : Champ de vitesse en surface libre pour les instants 1,2 et 15,6 s. 50 tr/mn – sens horaire (flèche rouge).

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle numérique pour l'étude du drainage d'un four de fonte verrière. Ce four présente comme caractéristiques un système de brassage mécanique et de chauffage par induction. Pour réaliser cette modélisation, nous avons développé algorithme de couplage thermo-électromagnétique, afin de prendre en compte la variation du niveau de la charge de verre. Une méthode de type « VOF » a été mise en œuvre pour le traitement de la surface libre.

Lors de notre étude, nous avons évalué la formation de l'autocreuset. Nous avons remarqué qu'il présentait un profil constant pendant la vidange et que le brassage mécanique avait un effet sur son épaisseur.

La déformation de la surface libre par le brassage mécanique est importante dans les premières secondes de vidange. Ce mécanisme de convection forcée favorise l'entrée d'air dans la charge de verre. Ceci modifie la distribution de la densité de puissance Joule dans la charge de verre. Celle-ci a été étudiée en considérant son interaction avec la variation de la surface libre du verre. Nous

#### 4 Etude de la vidange d'un bain de verre avec agitation mécanique

avons remarqué une bonne cohérence de la distribution de la densité de puissance Joule aux limites de la surface libre, sans l'intrusion de celle-ci dans la masse d'air.

Quant au champ de température, nous avons remarqué une bonne homogénéisation du champ thermique dans le cœur du bain de verre. Au contraire de la densité de puissance Joule, le champ de température n'a pas été limité par l'interface verre/air. Nous avons observé un échauffement de la masse d'air proche de l'interface et au tour de l'agitateur mécanique. Ce qui peut être expliqué par la haute conductivité thermique d'air.

Le champ de vitesse dans le bain de verre présente des sens et direction de déplacement déterminés par l'agitateur mécanique. Le débit massique de 3 kg/s, obtenu par le modèle, est en concordance avec les ordres de grandeurs observés dans l'Atelier de Vitrifaction de Marcoule.

Cependant ce modèle ne prend pas en compte le transfert de chaleur par rayonnement à la surface libre. Ce point mériterait d'être amélioré lors de développement futurs du modèle actuel.



# Conclusion générale

## Travail réalisé

Le présent problème a trait à l'étude par modélisation numérique de la fusion d'une charge de verre en creuset froid inductif. Après des études antérieures sur ce sujet, l'objectif de ce travail consistait à analyser le phénomène de vidange de la cuve de verre avec ou sans brassage mécanique. Le travail de modélisation de la vidange du creuset froid a rendu possible une meilleure compréhension des phénomènes physiques présents dans le procédé, en réalisant un couplage entre les phénomènes électromagnétiques, thermique et hydrauliques au cours du drainage du four.

Pour ce faire, nous avons développé des modèles théoriques et numériques pour l'étude thermo-hydraulique de la vidange ainsi que des algorithmes de couplage thermo-électromagnétiques pour le drainage de fours chauffés par induction. Les diverses étapes du travail peuvent être résumés comme suit :

**Modèle théorique hydraulique.** Développement d'un modèle théorique pour la vidange sans brassage mécanique ; validation du modèle par la comparaison avec des essais expérimentaux en huile pour des valeurs de viscosité comprises entre 1 et 10 Pa.s.

**Modèle numérique hydraulique.** Développement des modèles numériques pour l'étude hydraulique de la vidange sans et avec brassage mécanique ; validation du modèle de vidange à l'aide de résultats expérimentaux ; étude de la déformation de la surface libre par action du brassage mécanique.

**Couplage thermo-électromagnétique pour la vidange.** Mise en place d'un couplage thermo-électromagnétique pour la vidange avec et sans brassage mécanique ; couplage tridimensionnel entre les logiciels Fluent® et Flux® ; suivi de la variation du niveau de la surface libre dans les modules thermo-hydraulique et électromagnétique ; libre choix du niveau de démarrage de la charge de verre dans les deux logiciels ; étude de l'interaction entre l'agitateur mécanique et la surface libre ; étude de l'évolution de l'autocreuset au cours du drainage du four ; prise en compte de la variation des propriétés physiques du verre en fonction de la température dans le logiciel Fluent® et de la conductivité électrique variable pour la charge de verre dans Flux®.

Pour réaliser ce couplage, il a été nécessaire de rendre compatibles les différentes techniques numériques utilisées pour modéliser les plusieurs phénomènes physiques présents dans le procédé. Ce sont par exemple la méthode « Volume-Of-Fraction – VOF » pour traiter l'écoulement diphasique, la technique de « Multiple Reference Frame – MRF » pour le brassage mécanique par rotor et, enfin, la compatibilité entre les deux logiciels Fluent®, pour le calcul thermo-hydraulique diphasique, et Flux® pour le calcul électromagnétisme.

Nous avons pu réaliser avec succès l'ensemble de ces couplages. Les résultats nous ont permis de mettre en évidence certains phénomènes utiles pour la conduite du four. Ce sont par exemple

- l'effet de blocage du débit de verre lors de la coulée lorsque la puissance Joule injectée est insuffisante,

- l'entraînement d'air dans le verre à l'extrémité de la pale du rotor.

Nous avons mis en œuvre des calculs parallélisés pour rendre viable la résolution d'un modèle numérique compte tenu des hauts niveaux de complexité des divers phénomènes physiques étudiés.

## **Limitations et perspectives**

Le présent modèle présente plusieurs limitations liées aux différentes simplifications que nous avons adoptées. Ainsi, en ce qui concerne les transferts de chaleur, le rayonnement interne (ou à la surface libre) n'a pas été pris en compte. Il s'agira dans le futur de traiter aussi l'ingestion des déchets dans la matrice de verre par la surface et les réactions chimiques associées. Enfin, il sera nécessaire d'accroître le mélange du bain dans certaines zones en superposant un système de brassage par bullage, ce qui introduit une complexité supplémentaire. Cette dernière option pourra s'appuyer sur la méthode « VOF » déjà mise en place.

Enfin, du point de vue numérique, les temps de calculs restent trop importants pour pouvoir effectuer beaucoup d'études paramétriques. Un effort important doit être entrepris pour réduire ces temps de calcul.

La prise en compte de ces éléments dans les prochains travaux sera importante pour améliorer la modélisation de la fusion de la charge de verre en creuset froid inductif.

# Bibliographie

ANSYS Fluent Theory Guide, version 13, 2010.

BARTOSIÉWCZ, Y., & SEYNHAEVE, J.-M., & VALLÉE, C. & HÖHNE, T., & LAVIÉVILLE, J.-M., 2010, “Modeling free surface flows relevant to a PTS scenario: Comparison between experimental data and three RANS based CFD-codes. Comments on the CFD-experiment integration and best practice guideline”, Nuclear Engineering and Design, **240**, pp. 2375-2381.

BARTOSIEWICZ, Y., & LAVIÉVILLE, J., & SEYNHAEVE, J.-M., 2008, “A first assessment of the NEPTUNE\_CFD code: Instabilities in a stratified flow comparison between the VOF method and a two-field approach”, Int. J. Heat Fluid Flow, **29**, pp. 460-478.

BIANCHI, A-M., FAUTRELLE, Y. & ETAY, J., 2004, “Transferts thermiques”, Presses polytechniques et universitaires romandes.

BIRD, R. B., STEWART, W. E., LIGHTFOOT, E., 2007, “Transport phenomena”, 2eme edition, J. Wiley & Sons.

BRACKBILL, J.U., & KOTHE, & D.B., ZEMACH C., 1992, “A Continuum Method for Modeling Surface Tension”, Journal of Computational Physics, **100**, pp. 335-354.

CHANG, S. L., ZHOU, C.Q., GOCHERT, B., 2005, “Eulerian approach of multiphase flow simulation in a glass melter”, Applied Thermal Engineering, **25**, pp. 3083-3103.

DARRICARRERE, G., 2006, “Contribution à l'étude des phénomènes de conductivité dc et de polarisation dans quelques verres oxydes ioniques”, Thèse à l'Université Montpellier 2.

DE LA HOZ, F., & FONTELOS, M.A., & VEGA, L., 2008, “The effects of surface tension on the Moore singularity of vortex sheet dynamics”, J. Nonlinear Sci., **18**, pp. 463-484.

FARROW, D.E & HOCKING, G.C, 2006, “A numerical model for withdrawal from a two-layer fluid”, J. Fluid. Mech, **549**, pp. 141-157.

FORBES, L.K, & HOCKING, G.C, 2007, “Unsteady draining flows from a rectangular tank”, Physics of Fluids, **19**, pp. 082104-1–082104-14.

FORBES, L.K, & HOCKING, G.C, 2010, “Unsteady draining of a fluid from a circular tank”, Applied Mathematical Modelling, **34**, pp. 3958-3975.

FORBES, L.K., & CHEN, M.J., & Trenham, C.E, 2007, “Computing unstable periodic waves at the interface of two inviscid fluids in uniform vertical flow”, Journal of Computational Physics, **221**, pp. 269-287.

GAGNOUD, A., 1986, “Modélisation des installations de fusion en creuset froid pour l'élaboration en continuo ou la léviation”, Thèse INPG.

HIRT, C.W., & NICHOLS, B.D., 1981, "Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries", *Journal of Computational Physics*, **39**, pp. 201-225.

JACOUTOT, L., 2006, "Modélisation numérique de phénomènes couplés dans des bains de verre brassés mécaniquement et élaborés en creuset froid inductif", Thèse INPG.

JOYE, D. D., BARRRET, B. C., 2003, "The tank drainage problem revisited : do these equations actually work ? ", *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, **81**(5), pp. 1052-1057.

LIMA DA SILVA, M., GAGNOUD, A., FAUTRELLE, Y., BRUN, P. & SAUVAGE, E., 2013, Numerical Study of the draining of a cold crucible melter heated by induction, V International Conference on Coupled Problems, Spain.

LOIACONO, N. J., 1987, "Time to drain a tank with piping", *Chemical Engineering*, 94, pp. 164.

LUBIN, B.T, & SPRINGER, G.S., 1967, "The Formation of a Dip on the Surface of a Liquid Draining From a Tank", *J. Fluid Mech.*, **29** (2), pp. 385-390.

MOORE, D.W., 1979, "The spontaneous appearance of a singularity in the shape of an evolving vortex sheet", *Proc. Royal Soc. Lond.*, **A 365**, pp. 105-119.

MUNSON, B.R, & YOUNG, D.F., OKIISHI, T.H., 2002, "Fundamentals of Fluid Mechanics", 4<sup>th</sup> Edition, John Wiley & Sons, Inc.

NICHITA, B.A., & ZUN, I., & THOME, J.R., 2010, "A Level Set Method Coupled With a Volume of Fluid Method for Modeling of Gas-Liquid Interface in Bubbly Flow", *J. Fluids Eng.*, **132** (8), pp. 081302-1–081302-15.

PEȘTEANU, O., & BAAKE, E., 2011, "The Multichell Volume of Fluid (MC-VOF) Method for the Free Surface Simulation of MFD Flows. Part I: Mathematical Model", *ISIJ International*, **51**(5), pp. 707-713.

PEȘTEANU, O., & BAAKE, E., 2011, "The Multichell Volume of Fluid (MC-VOF) Method for the Free Surface Simulation of MFD Flows. Part II: Experimental Verifications and Results", *ISIJ International*, **51**(5), pp. 714-721.

RHEE, S.-H., & MAKAROV, B.P., & KRISHINAN, H., & IVANOV, V., 2005, "Assessment of the volume of fluid method for free-surface wave flow", *J. Mar. Sci. Technol.*, **10**, pp. 173-180.

ROBINSON, A. & MORVAN, H. & EASTWICK, C., 2005, "Computational Investigations Into Draining in an Axisymmetric Vessel", *J. Fluids Eng.*, **132** (12), pp. 121104-1–121104-7.

ROSCINI, M., 1990, "Fusion de verre par induction: etude electromagnétique et thermohydraulique", Thèse INPG.

SAUVAGE, E., 2009, "Modélisation thermohydrodynamique et inductive d'une fonte verrière élaborée en creuset froid inductif", Thèse INPG.

SIMONET, C., 2004, "Conductivité électrique des verres et fonts d'oxydes: Effet de l'incorporation de particules de RuO<sub>2</sub>". Thèse à l'Université Montpellier 2.

SPITANS, S., JAKOVICS, A., BAAKE, E., & NACKE, B., 2013, "Numerical modelling of free surface dynamics of melt in an alternate electromagnetic field", *Metallurgical and Materials Transactions B*, **44**(3), pp. 593-605.

STOKES, T.E., & HOCKING, G.C., & FORBES, L.K., 2005, "Unsteady flow induced by a withdrawal point beneath a free surface", *ANZIAM J.*, **47**, pp. 185-202.

SUN, X., SAKAI, M., SHIBATA, K., TOCHIGI, Y., & FUJIWARA, H., 2012, "Numerical modeling on the discharged fluid flow from a glass melter by a Lagrangian approach", *Nuclear Engineer and Design*, **248**, pp. 14-21.

SUSSMAN, M., & PUCKETT, E.G., 2000, "A Coupled Level Set and Volume-of-Fluid Method for Computing 3D and Axisymmetric Incompressible Two-Phase Flows", *Journal of Computational Physics*, **162**, pp. 301-337.

THORPE, S.A., 1969, "Experiments on the instability of stratified shear flows: immiscible fluids". *J. Fluid Mech.*, **39**, pp. 25-48.

TONG, A.Y., & WANG, Z., 2007, "A numerical method for capillarity-dominant free surface flows", *Journal of Computational Physics*, **221**, pp. 506-523.

TSUI, Y.-Y., & LIN, S.-W., & CHENG, T.-T., & WU, T.-C., 2009, "Flux-blending schemes for interface capture in two-fluid flows", *Int. J. of Heat Mass Transfer*, **52**, pp. 5547-5556.

WALTERS, D.K., & WOLGEMUTH, N.M., 2009, "A new interface-capturing discretization scheme for numerical solution of the volume fraction equation in two-phase flows", *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **60**, pp. 893-918.

WARCLAWCZYK, T., & KORONOWICS, T., 2008, "Comparison of CICSAM and HRIC high-resolution schemes for interface capturing", *J. Theor. Appl. Mech.*, **146** (2), pp. 325-345.

YANNICK, L., 2002, Détermination des enthalpies libres de formation des borosilicatés, Thèse à l'Université Paris 7.

ZHOU, Q.-N., & GRAEBEL, W.P., 1990, "Axisymmetric draining of a cylindrical tank with a free surface", *J. Fluid Mech.*, **221**, pp. 511-532.